

Konstruiranje efikasne granice na hrvatskom dioničkom tržištu primjenom Markowitzeve moderne teorije portfolija

Dušak, Nikolina

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Organization and Informatics / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:211:832001>

Rights / Prava: [Attribution-NoDerivs 3.0 Unported](#) / [Imenovanje-Bez prerada 3.0](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-29**



Repository / Repozitorij:

[Faculty of Organization and Informatics - Digital Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE
VARAŽDIN**

Nikolina Dušak

**KONSTRUIRANJE EFIKASNE GRANICE NA
HRVATSKOM DIONIČKOM TRŽIŠTU
PRIMJENOM MARKOWITZEVE MODERNE
TEORIJE PORTFOLIJA**

ZAVRŠNI RAD

**Varaždin, 2022.
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**

FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE

V A R A Ź D I N

Nikolina Duřak

Matični broj: 46648

Studij: Ekonomika poduzetniřtva

**KONSTRUIRANJE EFIKASNE GRANICE NA HRVATSKOM
DIONIČKOM TRŹIŠTU PRIMJENOM MARKOWITZEVE MODERNE
TEORIJE PORTFOLIJA**

ZAVRŠNI RAD

Mentorica:

Dr. sc. Dina Korent

Varaždin, rujan, 2022.

Nikolina Dušak

Izjava o izvornosti

Izjavljujem da je moj završni rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristila drugim izvorima osim onima koji su u njemu navedeni. Za izradu rada su korištene etički prikladne i prihvatljive metode i tehnike rada.

Autorica potvrdila prihvaćanjem odredbi u sustavu FOI-radovi

Sažetak

Cilj rada jest sistematizirano izložiti teorijski okvir te konstruirati efikasnu granicu na hrvatskom dioničkom tržištu primjenom Markowitzove moderne teorije portfolija. U teorijskom dijelu radu predstavlja se Markowitzeva moderna teorija portfolija te tržište kapitala u Republici Hrvatskoj s posebnim osvrtom na dioničko tržište. U okviru Markowitzove moderne teorije portfolija prezentiraju se teorijske postavke, cilj i pretpostavke, osnovne varijable i pokazatelji istih, postupak konstruiranja efikasne granice i određivanja optimalnog portfolija, kvantitativna operacionalizacija, te konačno doprinosi i kritike predmetne teorije. Tržište kapitala u Republici Hrvatskoj, s posebnim osvrtom na dioničko tržište, prezentira se u kontekstu povijesnog razvoja, obilježja te kroz prizmu Zagrebačke burze kao središnjeg mjesta trgovanja vrijednosnim papirima u Republici Hrvatskoj. Empirijski dio sastoji se u aplikaciji Markowitzove moderne teorije portfolija za konstruiranje efikasne granice dioničkih portfolija na hrvatskom tržištu kapitala. Uz opće znanstvene metode, koriste se metode statističke analize, osobito u empirijskom dijelu rada. Izvori literature uključuju znanstvenu stručnu literaturu odabranog tematskog područja, te dostupne relevantne sekundarne podatke. Na temelju provedene analize može se zaključiti da je moguće primijeniti Markowitzov model na hrvatsko tržište kapitala, no prinosi pojedinih dionica, zbog, između ostalog, neće ponuditi značajan prinos. Činjenica da su za analizu izabrane dionice koje su u sastavu indeksa CROBEX, tj. dionice s najvećom tržišnom kapitalizacijom, te su dobiveni rezultati koji ukazuju da, s jedne strane, efikasni portfoliji proizvoljno određenog ciljnog rizika ne rezultiraju značajnim prinosima odnosno, s druge strane, efikasni portfoliji proizvoljno određenog ciljnog prinosa nisu dostizivi, potvrđuju da hrvatsko tržište kapitala ne nudi povoljne investicijske prilike.

Ključne riječi: efikasna granica, konstruiranje, dioničko tržište, Republika Hrvatska, Markowitz, moderna teorija portfolija

Sadržaj

Sadržaj	III
1. Uvod	1
1.1. Predmet i cilj rada	1
1.2. Izvori podataka i metode	1
1.3. Struktura i sadržaj rada	2
2. Markowitzeva moderna teorija portfolija	3
2.1. Teorijske postavke, cilj i pretpostavke	3
2.2. Osnovne varijable i pokazatelji	4
2.3. Konstruiranje efikasne granice i izbor optimalnog portfolija	5
2.3.1. Definicija portfolija	5
2.3.2. Upravljanje portfolijom	5
2.3.3. Dominantni portfolio, efikasan portfolio i efikasna granica	6
2.3.4. Izbor optimalnog portfolija	7
2.4. Kvantitativna operacionalizacija	8
2.5. Doprinosi i kritike predmetne teorije	10
3. Tržište kapitala u Republici Hrvatskoj s posebnim osvrtom na dioničko tržište	12
3.1. Povijesni razvoj hrvatskog tržišta kapitala	12
3.2. Obilježja hrvatskog tržišta kapitala	14
3.3. Zagrebačka burza kao središnje mjesto trgovanja vrijednosnim papirima u Republici Hrvatskoj	15
3.3.1. Segmenti trgovanja	16
3.3.2. Burzovni indeksi	17
4. Konstruiranje efikasne granice na hrvatskom dioničkom tržištu primjenom Markowitzeve moderne teorije portfolija	19
4.1. Izbor dionica	19
4.2. Prikaz postupka i rezultati konstruiranja efikasne granice	20
4.2.1. Efikasna granica na temelju minimalne varijance	29
4.2.2. Efikasna granica na temelju maksimalnog prinosa	33
5. Zaključak	37
Popis literature	39
Popis slika	41
Popis tablica	42
Popis grafikona	43

1. Uvod

U uvodu se predstavljaju predmet i cilj rada, izvori podataka i metode te struktura i sadržaj rada.

1.1. Predmet i cilj rada

Cilj ovog rada jest konstruirati efikasnu granicu na hrvatskom dioničkom tržištu primjenom Markowitzeve teorije portfolija.

„Tržište kapitala u užem smislu je skupni pojam za ponudu i potražnju vrijednosnih papira. U širem smislu ono je tržište za svaku vrstu srednjoročno i dugoročno na raspolaganje stavljenih novčanih sredstava.” (Svilokos, Šuman Tolić, 2017., str. 139.). Najznačajnija organizirana tržišta kapitala su burze efekata i burze vrijednosnih papira. Sudionici tržišta kapitala u Republici Hrvatskoj su ulagatelji u financijske instrumente, investicijska društva, izdavatelji financijskih instrumenata te Zagrebačka burza dd (“ZSE”). (Pirija, 2017).

Sabolić (2013) navodi da je portfelj linearna kombinacija ulagačkih instrumenata, tj. vrijednosnih papira. S obzirom na to da je investitoru cilj maksimizirati korist uz prihvatljivu razinu rizika, potrebno je konstruirati efikasnu granicu, kako bi se mogao postići maksimalan prinos uz razinu rizika koja se smatra prihvatljivom. (Sabolić, 2013).

Harry Markowitz, američki ekonomist, uveo je najpoznatiji model za izbor optimalnog portfelja u uvjetima neizvjesnosti i rizika. Tomić - Plazibat, Aljinović, Marasović (2006) opisuju ovaj model kao prvi koji je uspio kvantitativno izraziti rizik, a može se reći da je najviše doprinio prikazom kako optimizirati rizik i dokazom da vrijedi diverzificirati portfelj. Model je i danas u uporabi te služi kao baza za razvoj novih modela.

Upravo je ovaj model predmet teorijske elaboracije i praktične primjene u radu. Primijenjuju se različite teorijske i empirijske metode kako bi se odredila efikasna granica.

1.2. Izvori podataka i metode

Literatura i korišteni podaci uključuju znanstvenu i stručnu literaturu odabranog tematskog područja te dostupne relevantne sekundarne podatke. Podaci su, radi preglednosti i lakše usporedbe, prikazani pomoću tablica i grafikona.

Nužno je primijeniti odgovarajuće metode da bi se istražila primjenjivost Markowitzevog modela na hrvatsko tržište kapitala. Za izradu završnog rada korištene su opće znanstvene metode, te metode kvantitativne statističke analize. U teorijskom dijelu rada koristile su se metode analize, sinteze i deskripcije, dok će se računanje parametara obaviti metodom

kvantitativne statističke analize. Svi izračuni i formule potrebne za izračune, detaljno su prikazani u empirijskom dijelu rada, a provedeni su pomoću tabličnog kalkulatora Microsoft Excel.

1.3. Struktura i sadržaj rada

Završni rad podijeljen je na pet poglavlja, uključujući uvod i zaključak. U uvodnom dijelu opisan je predmet i cilj rada, te izvori podataka i metode korištene u radu.

U drugom poglavlju su teorijski objašnjeni Markowitzeva moderna teorija portfolija, njezine teorijske postavke, cilj i pretpostavke, osnovne varijable i pokazatelji, te konstruiranje efikasne granice i izbor optimalnog portfolija. Također je prikazana kvantitativna operacionalizacija te su, na kraju poglavlja, definirani doprinosi i kritike predmetne teorije.

Treće poglavlje bavi se tržištem kapitala u Republici Hrvatskoj, s posebnim osvrtom na dioničko tržište. Ono je objašnjeno kroz povijesni razvoj tržišta kapitala, obilježja, te kroz prizmu Zagrebačke burze, kao središnjeg mjesta trgovanja vrijednosnim papirima u Republici Hrvatskoj.

U četvrtom poglavlju konstruira se efikasna granica na hrvatskom dioničkom tržištu primjenom Markowitzeve moderne teorije portfolija. U prvom su dijelu prikazane dionice koje se uzimaju u uzorak, a zatim je prikazan postupak i rezultati konstruiranja efikasne granice na temelju minimalne varijance i maksimalnog prinosa.

U zaključku se sažimaju ključne teorije i empirijske spoznaje rada.

2. Markowitzeva moderna teorija portfolija

Poglavlje elaborira teorijske postavke, cilj i pretpostavke, osnovne varijable i pokazatelje, način konstruiranja efikasne granice i izbor optimalnog portfolija, kvantitativnu operacionalizaciju te doprinose i kritike predmetne teorije.

2.1. Teorijske postavke, cilj i pretpostavke

Prema Sunajku (2011), saznaje se da je Harry Markowitz bio konzultant u nizu tvrtki te profesor financija na Californijskom sveučilištu te na sveučilištu Rutgers. Također je godine 1990. dobio Nobelovu nagradu za pionirski doprinos teoriji financijske ekonomije, prema kojoj se može izračunati optimalni portfolio. (Sunajko, 2011).

Prema Markowitzu (1952), saznaje se da je on svojim modelom želio pronaći optimalan odnos rizika i prinosa na rizik. Ovim modelom želi se formirati portfelj koji uz određeni stupanj rizika donosi maksimalan prinos, ili koji uz određeni stupanj prinosa ima minimalan rizik. (Jerončić, Aljinović, 2011)

Različiti investitori imaju različite sklonosti riziku i drugačije preferencije, no svima je zajedničko da žele maksimizirati profit i minimizirati rizik. Za neki zadani nivo rizika, investitor će se, ukoliko bira između više vrijednosnica, odlučiti za onu koja donosi najviši prinos, i za zadani nivo prinosa, investitor će se, između više vrijednosnica, odlučiti za onu koja donosi minimalan rizik. (Jerončić, Aljinović, 2011)

“Izbor portfolija prema Markowitzevom modelu oslanja se isključivo na očekivane prinose i varijance, odnosno standardne devijacije prinosa investicija, odnosno kapitalne imovine.” (Orsag, 2015, str. 321). Do uvođenja ovog modela, prinos i rizik promatrali su se odvojeno, stoga su investitori često zanemarivali rizik i ulagali u vrijednosnice sa što većim prinosom i to je često dovodilo do financijskih krahova. (Tomić - Plazibat, Aljinović, Marasović, 2006)

Cilj Markowitzevog modela jest da prikaže kako optimizirati rizik i očekivani prinos pripadajućeg rizika.

Jerončić i Aljinović (2011) navode osnovne pretpostavke Markowitzevog modela:

- Prinosi na dionice su distribuirani po normalnoj distribuciji
- Investitori žele maksimizirati svoju ekonomsku korist
- Investitori su racionalni i imaju averziju prema riziku
- Investitori su dobro obaviješteni o svim relevantnim činjenicama potrebnima za

donošenje investicijske odluke

- Nema transakcijskih i poreznih troškova
- Vrijednosnice su savršeno dijeljive

2.2. Osnovne varijable i pokazatelji

Prema Tomić - Plazibatu, Aljinoviću, Marasoviću (2006), saznaje se da je svaki portfelj okarakteriziran svojim očekivanim prinosom i rizikom, odnosno varijancom ili standardnom devijacijom prinosa. (Tomić – Plazibat, Aljinovi, Marasović, 2016) Očekivani prinos je prinos koji se očekuje u budućnosti na temelju povijesnih prinosa, koji se računaju temeljem poznatih cijena dionica. Očekivani prinos portfelja je linearna funkcija vrijednosnih udjela pojedinih investicija te se računa kao ponderirana aritmetička sredina pojedinačnih prinosa investicija u portfelju, pri čemu ponderi predstavljaju vrijednosne udjele pojedinačnih investicija u ukupnoj vrijednosti portfelja. (Perak, 2017)

Prema Orsagu (2003), rizik se može definirati kao poznavanje određenog stanja u kojem se, kao posljedica neke odluke, može pojaviti niz različitih rezultata, pri čemu je donositelju odluke poznata vjerojatnost ostvarivanja svakog pojedinog ishoda. Mogu se razlikovati specifični i tržišni rizik. Specifični rizik ovisi o kretanju prinosa tvrtke, a povezan je s faktorima na koje utječe menadžment tvrtke. Moguće ga je izbjeći diverzifikacijom, stoga ga nazivamo diverzificirajućim rizikom. S druge strane, za razliku od diverzificirajućeg rizika, tržišni rizik se ne može izbjeći diverzifikacijom, zbog toga što svaka dionica reagira na promjene tržišta, i ona je rezultat eksternih okolnosti na koje određena tvrtka ne može djelovati. "Tržišni rizik još se naziva i sistemski rizik iz razloga što pokazuje stupanj sistemskog kretanja prinosa dionice koji je povezan s kretanjem prinosa cjelokupnog tržišta vrijednosnih papira." (Orsag, 2015)

Dvije osnovne mjere rizika su varijanca i standardna devijacija. Varijanca je suma ponderiranih kvadrata odstupanja oko očekivane vrijednosti, odnosno srednje kvadratno odstupanje niza podataka od njihovih prosjeka. Fabozzi i Markowitz (2011) navode da je varijanca slučajne varijable mjera disperzije ili varijabilnosti mogućih ishoda oko očekivane vrijednosti. "Što su veća odstupanja oko očekivane vrijednosti i što je veća vjerojatnost njihova nastajanja, varijanca će biti veća." (Orsag, 2003). Drugi korijen iz varijance naziva se standardna devijacija i ona ukazuje na stupanj volatilnosti prinosa investicije. (Orsag, 2003)

Prema Orsagu (2015), dvije osnovne varijable Markowitzevog modela, očekivani prinos i varijanca, nisu dovoljne za provođenje optimizacije, već je potrebno i poznavanje korelacija prinosa među raspoloživim investicijama na tržištu. (Orsag, 2015)

“Korelacija vrijednosnica predstavlja međuovisnost kretanja pojedinih vrijednosnica unutar portfelja.” (Aljinović, Marasović, Šego, 2008, str. 136) Uvođenjem ove varijable, moguće je razviti koncept efikasnog portfolija i njegovog utjecaja na izbor optimalnog portfolija, s obzirom na to da je ista povezana s diverzificiranjem rizika. Broj kovarijanci raste geometrijskom progresijom po formuli $(n^2 - n)/2$, stoga se može zaključiti da, ako se poveća broj investicija koje se uključuju u analizu, tada je logično da se povećava i broj potrebnih kovarijanci. (Orsag, 2015)

Upravo zbog tog problema prevelikog broja kovarijanci, Markowitzev model se dugo godina nije prakticirao, no s razvitkom računalne tehnike, taj problem više nije toliko izražen. Danas je on u širokoj upotrebi te predstavlja bazu za razvoj novih i poboljšanih modela. (Tomić - Plazibat, Aljinović, Marasović, 2006)

2.3. Konstruiranje efikasne granice i izbor optimalnog portfolija

Potpoglavlje uključuje definiciju portfolija, procesa upravljanja portfolijom, dominantnog portfolija, efikasnog portfolija i efikasne granice te osvrt na izbor optimalnog portfolija.

2.3.1. Definicija portfolija

Portfolio se može definirati kao skup svih vrijednosnih papira koje posjeduje investitor koji u njih ulaže. “Portfolio se može promatrati i kao posebna investicijska imovina “sintetički” kreirana investicijska imovina na način da su joj profitno - rizična obilježja prilagođena investicijskom profilu ulagača i postavljenoj strategiji upravljanja portfolijem.” (Orsag, 2015. , str. 100) . Iz toga proizlazi da će svaki investitor željeti imati upravo onaj portfolio koji im najviše odgovara, s obzirom na njihove stavove o riziku i prinosu koji bi željeli ostvariti. (Orsag, 2015)

Investicijski portfolio može se osnivati na načelima diversifikacije. Prema Orsagu (2015), diversifikaciju možemo definirati kao princip dijeljenja ili raspršivanja rizika, što bi značilo da se investicijska strategija portfolija usmjerava na smanjivanje rizika u odnosu na onaj kojem bi investitor bio izložen da drži samo jednu financijsku investiciju. (Orsag, 2015)

2.3.2. Upravljanje portfolijom

Prema Orsagu (2015), proces upravljanja portfolijom može se provesti kroz sljedeće

radnje:

- Određivanje investicijskih ciljeva
- Razvoj investicijske strategije
- Detaljno definiranje kompozicije portfolija
- Iniciranje i implementacija portfolio odluka
- Mjerenje i vrednovanje performansi portfolija
- Praćenje investitorovih i tržišnih uvjeta
- Implementacija neophodnih rebilanciranja

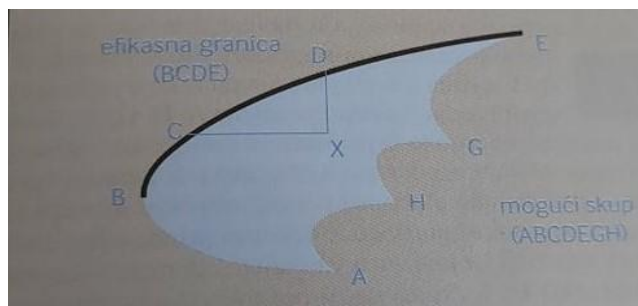
Ovaj skup koraka poduzima se za kreiranje i održavanje portfolija s obzirom na ciljeve koje si je klijent postavio. "Na taj način upravljanje portfolijom uključuje proces izgradnje portfolija, mjerenje i vrednovanje njegovih performansi, te nužno prilagođavanje kroz implementaciju portfolija." (Orsag, 2015, str. 116)

2.3.3. Dominantni portfolio, efikasan portfolio i efikasna granica

Da bi se razumjela definicija efikasnog portfolija, prvo će se objasniti dominantni portfolio. Prema Orsagu (2015), dominantan portfolio jest onaj portfolio čije kombinacije investicije rizika i prinosa su bolje od drugih kombinacija.

Svaki dominantni portfolio jest ujedno i efikasan portfolio zbog toga što je bolji od drugih kombinacija investicija. "Efikasan je portfolio onaj koji između svih kombinacija koje obećavaju isti prinos ima najniži rizik, odnosno koji između svih kombinacija istog stupnja rizika obećava najviši prinos." (Orsag, 2015, str. 278)

Efikasan skup kombinacija investicija za portfolije prikazane na Slici 1. nalazi se na gornjoj lijevoj granici skupa mogućih portfolija, a taj skup se naziva efikasnom granicom i predstavlja dominantne kombinacije investicija, ili sa stajališta rizika, ili sa stajališta očekivanog prinosa te bi ih svaki racionalni investitor trebao izabrati. (Orsag, 2015)



Slika 1: Efikasna granica (Izvor; Orsag, 2015, str. 285).

Lijevo iza efikasne granice su one kombinacije koje nisu moguće zato što nema portfolija investicija koji bi obećavao viši prinos uz manji rizik, dok se desno nalaze kombinacije koje su moguće, no inferiornije su u odnosu na one koje se nalaze na efikasnoj granici, zbog toga što, uz određeni rizik imaju manji prinos, odnosno uz određeni prinos imaju veći rizik nego one kombinacije koje se nalaze na samoj efikasnoj granici. (Orsag, 2015)

2.3.4. Izbor optimalnog portfolija

Prema Orsagu (2015), saznaje se da će svaki investitor koji je racionalan birati samo one portfolije koji se nalaze na efikasnoj granici jer oni nude najpovoljniju kombinaciju očekivanog prinosa i rizika i to iziskuje najveću korist. Postavlja se pitanje koju od kombinacija s efikasne granice je najbolje uzeti, a odgovor na ovo pitanje ovisi o investitorovoj averziji prema riziku. Odnos investitora prema riziku i nagradi prikazuje se krivuljom indiferencije. (Orsag, 2015)

“Krivulja indiferencije pokazuje povezanost između investitorove averzije prema riziku i prihvatljive premije rizika” (Orsag, 2015, str. 287). Iz toga slijedi da se na krivulji indiferencije nalaze sve one kombinacije koje investitoru pružaju jednaku korist, stoga je on indiferentan u vezi toga koju kombinaciju izabrati. (Orsag, 2015)

Razlikuju se krivulja indiferencije konzervativnog investitora i krivulja indiferencije agresivnog investitora. Konzervativni investitor ima veću averziju rizika jer kod njega dominira princip sigurnosti, dok agresivni investitor preferira princip profitabilnosti, stoga će on lakše prihvatiti rizik nego li što će to učiniti konzervativni investitor. Krivulja indiferencije strmija je kod konzervativnog investitora, što znači da on očekuje veću premiju rizika za investicije iste rizičnosti kao kod agresivnog investitora. (Orsag, 2015)

Krivulje indiferencije mogu se pomicati prema gore i prema dolje. Budući da investitori žele postići najveću korisnost, a viša krivulja indiferencije znači i veću korist, oni će birati

investiciju koju mogu dosegnuti uz najvišu krivulju indiferencije. (Tomić - Plazibat, Aljinović, Marasović, 2006)

2.4. Kvantitativna operacionalizacija

“Ukoliko se ispostavi da investitor raspolaže podacima o cijenama $P(i)$ za $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ dionica u posljednjih T razdoblja, temeljem istih moguće je izračunati prinos $r(t)$ svake dionice i u razdoblju t .” (Škrinjarić, Šostarić, 2014)

$$(1) \quad \begin{aligned} r(t) &= \ln (P(t) / P(t-1)) \\ P(t) &= \text{cijena dionica u razdoblju } t \\ P(t-1) &= \text{cijena dionica u razdoblju } t-1 \end{aligned}$$

Prema Škrinjarić i Šostarić (2014), sazna se da se očekivani prinos dionice računa kao aritmetička sredina prinosa na tu dionicu $r(t)$.

$$(2) \quad E(r) = 1/T * (\sum_{t=1}^T r_i(t))$$

Isto tako, u modelu se koristi rizik pojedinačne dionice koji se mjeri varijancom. Varijanca prinosa σ_i^2 za T razdoblja dionice i procjenjuje se formulom (Škrinjarić, Šostarić, 2014):

$$(3) \quad \sigma_i^2 = 1/T \sum_{t=1}^T [r_i(t) - E(r_i)]^2$$

Nadalje, formula za kovarijancu prinosa između dviju i i j dionica, prema Škrinjarić i Šostarić (2014), glasi:

$$(4) \quad \Sigma_{ij} = \text{cov}(r_i, r_j) = 1/T \sum_{t=1}^T (r_i(t) - E(r_i)) (r_j(t) - E(r_j))$$

Iduće će se definirati očekivani prinos i varijanca portfelja. “Očekivani prinos portfelja $E(r_p)$ definiran je kao ponderirana suma očekivanih prinosa pojedinih dionica.” (Škrinjarić, Šostarić, 2014)

$$(5) \quad E(r_p) = \sum_{i=1}^N \pi_i E(r_i)$$

π_i = udio i -te dionice u portfelju

N = broj dionica u portfelju

Prema Škrinjarić i Šostarić (2014), dana je varijanca portfelja:

$$(6) \quad \sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \pi_i \pi_j \sigma_{ij}$$

Postoje dva pristupa kojim se može definirati problem optimizacije strukture portfelja. Prema Marasoviću (2016), poznato je da je jedan od načina da investor odredi donju granicu prinosa portfelja (konstanta c_1) i tada se iz skupa mogućih portfelja odabire onaj koji ima najmanju varijancu, tj. najmanji očekivani rizik.

Funkcija cilja:

$$(7) \quad \min \sigma^2(r_p)$$

Uz ograničenja:

$$E(r_p) \geq c_1$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = 1$$

$$\pi_i \geq 0$$

Iz navedenog je vidljivo da se želi minimalizirati standardna devijacija, odnosno rizik, a ograničenja koja vrijede za ovaj pristup su, prema Škrinjarić i Šostarić (2014), sljedeća:

- Ukupan zbroj svih dionica uključenih u portfelj mora biti jednak 1 ili 100%
- Udio svake dionice koja je uključena u optimalni portfelj mora biti jednak ili veći od 0

- Očekivani prinos mora biti jednak ili veći od zadanog (c_1)

Drugi pristup odnosi se na zadavanje gornje granice prihvatljivog rizika i tada se iz skupa mogućih portfelja izabire onaj koji maksimizira prinos.

Funkcija cilja:

$$(8) \quad \max \pi_i E(r_p) = \sum_{i=1}^N \pi_i E(r_i)$$

Uz ograničenja:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \pi_i \pi_j \sigma_{ij} \leq s$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = 1$$

$$\pi_i \geq 0, i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

Iz navedenog se može zaključiti da se želi maksimizirati prinos portfelja, što predstavlja funkciju cilja, pri čemu su varijable odlučivanja udjeli pojedinih dionica (π_i). Rješenje Markowitzevog modela počiva u efikasnom portfelju koji je određen udjelom svake dionice u portfelju. Efikasni portfelj može biti onaj koji ima maksimalni prinos uz prihvatljivu razinu rizika, ili minimalni rizik uz unaprijed određeni prinos. (Škrinjarić, Šostarić, 2014)

Naime, kod pristupa maksimalnog prinosa, mijenjanjem vrijednosti proizvoljne konstante s , dobivaju se portfelji koji pripadaju efikasnoj granici, tj. oni portfelji koji, za danu razinu rizika, daju maksimalni prinos. Prema Škrinjarić i Šostarić (2014), vidljivo je da se u pristupu minimalne varijance mijenjaju vrijednosti proizvoljne konstante c_1 , te se optimizacijom dobivaju portfelji koji za zadanu donju granicu prinosa daju minimalnu varijancu, odnosno minimalni rizik. (Škrinjarić, Šostarić, 2014)

2.5. Doprinosi i kritike predmetne teorije

Markowitzev model znači veliki napredak za područje financijsko matematičkog modeliranja. To je prvi model koji je uspio kvantitativno izraziti rizik, a najviše je doprinio optimizacijom rizika i time što je dokazao da vrijedi diverzificirati portfelj. (Tomić - Plazibat, Aljinović, Marasović, 2006)

Prema Škrinjarić i Šostarić (2014), Markowitzev model doprinosi sljedećem:

- Nadopuna dotadašnje financijske i fundamentalne analize, koje su bile temeljene na računovodstvenim metodama te statističkim metodama, što u konačnici omogućava bolje rezultate
- Razmatranje portfelja i uključivanje učinka diverzifikacije, što nije karakteristično za dotadašnje modele
- Prvi model koji je dao odgovor na pitanje kako optimizirati rizik i prinos
- Jednostavna rješivost uz pomoć softvera

Markowitzeva teorija omogućila je da se, u svrhu oblikovanja optimalnog portfelja, u obzir ne uzimaju samo očekivani prinos i rizik, već da se uključi i međusobna koreliranost vrijednosnih papira. Investitori su počeli međusobno diverzificirati svoje portfelje, stoga su se povećala ulaganja u inozemstvo. (Van Horne, 1997)

Ipak, model je nailazio i na kritike zbog pretpostavki da su prinosi normalno distribuirani, investitori racionalni, a tržište likvidno i efikasno. Također postoje i poteškoće kod primjene ovog modela na hrvatsko tržište kapitala, jer je ovaj model, poput većine teorijskih modela, izrađen na temelju razvijenog američkog tržišta kapitala, stoga je nužna prilagodba modela hrvatskim prilikama i specifičnostima te naglašavanje pojedinih čimbenika, poput tečajnog rizika i nelikvidnosti, koja je još uvijek, u određenoj mjeri, prisutna. (Jakšić, 2007)

Ostale kritike odnose se na pretpostavke da su investitori racionalni i neskloni riziku, kao i pretpostavku da su investitori dobro informirani, što u pravilu nije potpuno točno zbog asimetričnosti informacija i problema agenata. Ostale prepreke Markowitzevom modelu jesu transakcijski troškovi i utjecaj poreza, kao i nemogućnost savršenog usitnjavanja vrijednosnih papira. Također se, prema Jerončiću i Aljinoviću (2011), javlja i problem prevelikog broja standardnih devijacija i korelacija koje je potrebno izračunati, što ograničava praktičnu primjenu ovog modela. (Jerončić, Aljinović, 2011)

Unatoč raznim kritikama na Markowitzev model, koncepti koje je on uveo još uvijek predstavljaju polazište za daljnja istraživanja te je i danas u širokoj uporabi za pronalaženje optimalnog portfelja, a također i služi kao baza za pronalaženje novih, poboljšanih modela.

3. Tržište kapitala u Republici Hrvatskoj s posebnim osvrtom na dioničko tržište

“Za razliku od tržišta novca, tržište kapitala odnosi se na dugoročne financijske transakcije, odnosno na dugoročne financijske instrumente.” (Orsag, 2015, str. 145.). Pod pojmom tržište kapitala, misli se na tržište dugoročnih vrijednosnih papira. Ono je najznačajnije za poslovanje dioničkih društava i drugih organizacijskih oblika poduzeća jer predstavlja tržište za najveći dio dugoročnih potreba poduzeća, a možemo ga podijeliti na primarno i sekundarno. (Orsag, 2015)

Tipurić, Cingula, Klačmer Čalopa i Aleksić (2008) navode da je primarno tržište kapitala mjesto na kojem poduzeća ili državna tijela emitiraju vrijednosne papire, a zatim ih prodaju, tj. posuđuju novčana sredstva od prvih kupaca. Posrednici na primarnom tržištu kapitala su investicijske banke, odnosno investicijski odjel univerzalnih banaka, karakterističnih za Hrvatsku. (Klačmer Čalopa, Cingula, 2012)

“Sekundarno tržište kapitala mjesto je na kojem se obavlja preprodaja vrijednosnih papira, odnosno mjesto na kojem se ostvaruje dodani efekt ponude i potražnje za vrijednosnim papirom - kapitalni dobitak.” (Tipurić i ostali, 2008, str. 256) Na sekundarnom tržištu kapitala najvažnije uloge imaju brokeri i dileri vrijednosnih papira. Sekundarno tržište može djelovati u dva osnovna oblika, a to su burza i OTC tržišta. (Orsag, 2015)

Benić i Franić (2008) govore o hrvatskom tržištu kapitala kao o slabije razvijenom te navode da su osnovne karakteristike hrvatskog tržišta kapitala nelikvidnost, koja predstavlja značajan problem, te značajna premoć banaka i kreditnih institucija nad ostalim financijskim institucijama koje nude različite oblike financiranja i zaduživanja. Stanovnici Hrvatske ne ulažu značajne resurse u vrijednosne papire, kao ni u državne obveznice, već se njihova štednja odvija u obliku depozita na bankovnim računima, dok kao glavni način zaduživanja koriste i dalje kredit banke. (Orsag, 2011)

3.1. Povijesni razvoj hrvatskog tržišta kapitala

Hrvatsko tržište kapitala počelo se razvijati 1907. godine utemeljenjem Sekcije za robu i vrednote u okviru tadašnjeg trgovačkog suda, gdje je započela trgovina dionicama domaćih društava koja nisu bila listana na tržištima Beča i Budimpešte. Prva burza otvorena je 4. lipnja 1919. godine i nosila je naziv Zagrebačka burza za robu i vrednote. “Godine 1913., zbog pojave bankarske krize, promet vrijednosnim papirima bio je obustavljen, a nakon

Drugog svjetskog rata sva imovina bila je oduzeta u korist države.” (Klačmer Čalopa, Cingula, 2009).

Burza je kao takva prestala s radom 1945. godine jer se smatrala špekulantskom ustanovom, a obnova je nastupila 1991. godine, kada su dva osiguravajuća društva i 25 banaka utemeljili Zagrebačku burzu kao centralno mjesto trgovanja vrijednosim papirima u Republici Hrvatskoj. (Orsag, Dedi, 2014)

Nadalje, razvoj hrvatskog tržišta kapitala podijelit će se u tri faze. Prema Grubišić Šebi (2017), saznaje se da su obilježja prve faze privatizacija, ranija tržišna pravila, prvi institucionalni investitori i velike domaće tvrtke. Dionička društva u RH bila su društveno vlasništvo koje je država pretvorila u državno vlasništvo tako da je svaku uplatu za prodana poduzeća u pretvorbi mogla usmjeriti u svoje fondove te zbog toga izdavatelji dionica nisu stekli nikakvu korist od prodaje tih dionica u trenutku privatizacije i morali su koristiti kredit kako bi financirali svoj razvoj. (Klačmer Čalopa, Cingula, 2009)

Što se druge faze tiče, za nju su karakteristična obvezna pravila o uvrštenju udjela na burzu, početak poslovanja na burzi, pojava investicijskih i mirovinskih fondova te povećanje vladinog duga na domaćem tržištu. Od najveće važnosti za drugu fazu bilo je donošenje zakona o tržištu vrijednosnih papira, koji je stupio na snagu 25. srpnja 2002. godine te je njegovim odredbama veliki broj poduzeća bio prisiljen izaći na burzu. Odredbe ovog zakona obvezuju poduzeća na kotaciju, što znači da su dionička društva morala ispuniti određene uvjete, kao što su periodično objavljivanje financijskih izvještaja, kako bi potencijalni investitori mogli razumjeti sigurnost i uspješnost poslovanja poduzeća koje ih zanima. (Jakšić, 2007)

Nadalje, prema Grubišić Šebi (2017), treću fazu karakterizira moderno uređeno tržište kapitala usklađeno s pravnom stečevinom Europske unije, no ipak uz odsustvo zaštita prava manjinskih dioničara.

Hrvatsko tržište kapitala je jedan duži period od svog osnivanja bilo slabije razvijeno. Može se reći da je postojalo na papiru, a da pritom nije ispunjavalo svoje osnovne funkcije, kao što su, primjerice, pribavljanje kapitala koji je potreban za širenje poslovanja, tržišno vrednovanje poduzeća, povećanje stupnja mobilnosti investicija, a razlog tome su loše provedena privatizacija, rat, te izloranost od nekih dijelova međunarodne zajednice. S obzirom na to da tržište nije ispunilo osnovne funkcije, nisu stvoreni uvjeti za povezivanje ponude i potražnje na tržištu vrijednosnih papira. Dionice su postale neatraktivne zbog njihove nelikvidnosti te su kao takve odbijale investitore, stoga su se većinom kupovale u špekulativne svrhe. (Jakšić, 2007)

3.2. Obilježja hrvatskog tržišta kapitala

Tržište kapitala u Republici Hrvatskoj relativno je mlado te se njegov razvoj ne može baš uspoređivati s drugim tržištima, kao što su, primjerice, tržište u New Yorku, Londonu i slično. U RH postoji jedno uređeno tržište i njima upravlja Zagrebačka burza, koja će detaljnije biti opisana u idućem poglavlju.

Tipurić i ostali (2008) navode da je najvažnija nadzorna institucija nebankarskog sektora na tržištu kapitala Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga ("HANFA"), i ona je potpuno ravnopravna središnjoj banci Republike Hrvatske zaduženoj za nadzor bankarskog sektora. Ona je glavni regulator hrvatskog tržišta kapitala i može se usporediti s institucijama sličnog karaktera koje djeluju na razvijenim financijskim tržištima. (Klačmer Čalopa, Cingula, 2009)

Osnovni preduvjeti za efikasan razvoj domaćeg tržišta kapitala su postizanje konkurentnosti, sigurnost i zaštita investitora, izbor instrumenata ulaganja, a sve to moguće je samo ako se hrvatsko zakonodavstvo nastavi prilagođavati standardima koje su već postigle razvijene zemlje. (Klačmer Čalopa, Cingula, 2009)

Kao osnovne karakteristike hrvatskog tržišta kapitala mogu se navesti nelikvidnost, slaba razvijenost te nadmoć banaka nad ostalim financijskim institucijama. Svim sudionicima na tržištu kapitala kriterij likvidnosti je od velike važnosti pri donošenju investicijskih odluka. Osnovni preduvjet svakog likvidnog tržišta je postojanje velikog broja kupaca i prodavatelja u svakom trenutku, mogućnost da se nadolazeća transakcija izvrši po jednakoj cijeni kao prethodna te da je tržište u mogućnosti apsorbirati kupnje i prodaje velikih količina, a da to pritom ne utječe znatno na cijenu. (Radić, 2017)

Primarna podjela hrvatskog tržišta kapitala jest na tržište vlasničkih i tržište dužničkih vrijednosnih papira. Prema *Zakonu o tržištu vrijednosnih papira* (2002)., u članku 2. vidljivo je da vrijednosni papir označava dionice, obveznice, trezorske zapise, blagajničke zapise, komercijalne zapise, certifikate o depozitu i druge vrijednosne papire izdane u seriji, dok dužnički vrijednosni papiri označavaju obveznice, trezorske zapise, blagajničke zapise, komercijalne zapise, certifikate o depozitu i druge vrijednosne papire iz kojih obveza glasi u novcu. Može se zaključiti da se na tržištu vlasničkih vrijednosnih papira trguje dionicama, dok se na tržištu dužničkih vrijednosnih papira trguje obveznicama. ("HANFA", 2018)

Za hrvatsko tržište kapitala specifično je da je potražnja za vrijednosnim papirima stvorena prije same ponude za istima. Mirovinska reforma stvorila je obvezne i dobrovoljne mirovinske fondove koji su trebali redovito ulagati sredstva u vrijednosne papire. Ponuda likvidnih korporativnih vrijednosnih papira bila je oskudna te se oslanjala na tri emisije dionica (Pliva,

Podravka i Viktor Lenac). Što se ostalih dionica tiče, njihova likvidnost počivala je na dionicama banaka. (Grubišić, Šeba, 2017)

Prvi institucionalni ulagači na tržištu kapitala bile su banke, a slijede ih investicijski fondovi i privatizacijski investicijski fondovi. Mirovinski fondovi stvoreni su 2000. godine kao potpora mirovinskoj reformi, a 2002. godina smatra se godinom uvođenja prvih obveznih načela korporativnih upravljanja propisivanjem tromjesečnih financijskih izvještaja za većinu javno uvrštenih društava. (Grubišić, Šeba, 2017)

3.3. Zagrebačka burza kao središnje mjesto trgovanja vrijednosnim papirima u Republici Hrvatskoj

Zagrebačka burza neformalno postoji još od 15. lipnja 1907. godine, no tada je djelovala u sklopu Trgovačke komore pod nazivom "Sekcija za promet efektima i robom" i već je u prvom tjednu poslovanja ostvarila odlične rezultate. ("ZSE", 2022). Otvorio ju je Milivoj Crnadak, direktor Prve hrvatske štedionice, a otvorenju su prisustvovali predstavnici svih banaka, trgovci, posrednici i novčani agenti.

Trgovalo se dionicama i drugim vrijednosnicama, valutama i robom, no tijekom Prvog svjetskog rata burza nije poslovala, ali je već 1918. ponovo započela s radom pod nazivom "Zagrebačka burza za robu i vrednote." Burza je također uživala i ugled stranih klijenata te je na taj način postavila temelj za razvoj domaćeg bankarskog sustava. ("ZSE", 2022)

Nadalje, od velikog je značaja i uvrštavanje prvih vrijednosnih papira, koje se dogodilo 1992. godine, a iste te godine sklopljena je i prva transakcija. Iduće godine utemeljeno je Varaždinsko tržište vrijednosnica, kasnije poznato kao Varaždinska burza, koje će se 2007. godine pripojiti Zagrebačkoj burzi. ("ZSE", 2022)

Što se tiče prvog sustava trgovanja na Zagrebačkoj burzi, ono je zahtijevalo fizičku prisutnost brokera koji su se za vrijeme dražbe nalazili u posebnoj prostoriji te su izravno isticali i izvikivali svoje ponude i na taj način zaključivali transakcije. ("ZSE", 2022)

Prvi elektronički distribuirani sustav trgovanja uveden je u ožujku 1994. godine pod nazivom TEST-1. Omogućivao je članovima burze da trguju izravno iz svojih ureda koristeći osobno računalo i modem. Prednost takvog načina trgovanja leži u tome da su članovi jednostavno mogli saznati kakvo je stanje ponude i potražnje na Burzi uspostavljajući vezu sa središnjim računalom u sjedištu Burze i prihvaćajući paket sa svim ponudama i transakcijama. ("ZSE", 2022)

Nadalje, 1995. godine, zahvaljujući podršci CARNET- a, prvog davatelja internetskih usluga u Hrvatskoj, Zagrebačka burza predstavlja svoje službene internetske stranice, a ujedno je u to vrijeme bila i među prvima u svijetu s vlastitim službenim internetskim stranicama. Kasnije, 1997. godine, burza uvodi prvi elektronički sustav za trgovanje u realnom vremenu te su članovi burze sada imali neprekidnu vezu sa Zagrebačkom burzom i sve nove ponude bile su im slane odmah i automatski. U rujnu, iste te godine, počinje računanje prvog dioničkog indeksa burze, CROBEX- a, a zatim pet godina kasnije, uvodi se i obveznički indeks CROBIS. ("ZSE", 2022)

Do velikog porasta prometa dionicama dolazi 2004. godine, kada je promet dionicama porastao čak za 75% u odnosu na prethodnu godinu. CROBEX je za više od 20 % rušio ranije rekorde, a na kraju godine je za trećinu viši nego na njenom početku. Do još većeg porasta prometa dolazi 2006. godine, kada su se dogodila dva važna događaja, a to su proces javnog preuzimanja PLIVE te uvrštenje u službeno tržište dionica najveće hrvatske naftne kompanije, INE. Tržišna kapitalizacija dionica udvostručena je u odnosu na godinu ranije i prešla je 160 milijardi kuna. ("ZSE", 2022)

Promet dionicama je također rastao i 2007. godine, no već iduće godine dolazi do znatnog pada, promet je za četvrtinu manji nego prethodne godine, a CROBEX je niži 67%. Iduće godine ukinuta je Kotacija javnih dioničkih društava, promet i dalje pada, a pokrenuta je Virtualna burza, online simulacija burzovnog trgovanja koja je namijenjena edukaciji sudionika tržišta kapitala. ("ZSE", 2022)

Već 2010. godine dolazi do oporavka, raste promet i indeks, a također je osnovana i Akademija Zagrebačke burze te je revidiran Kodeks korporativnog upravljanja. Dvije godine kasnije utemeljene su Nagrade Zagrebačke burze i započinje trgovanje certifikatima. Od velikog značaja bila je i 2016. godina jer tada dolazi do uvrštenja dionica Zagrebačke burze na Službeno tržište i samim time Burza postaje prva regionalna burza čije su dionice uvrštene na uređeno tržište. Iste te godine osnovan je i Funderbeam South - East Europe, društvo sa sjedištem u Zagrebu, koje je bilo namijenjeno prikupljanju kapitala za financiranje startupova te trgovanju udjelima zahvaljujući inovativnom sustavu temeljenom na blockchain tehnologiji. ("ZSE", 2022)

Godine 2018. dolazi do uspostave Progress tržišta, a ono je već iduće godine registrirano kao rastuće tržište malih i srednjih poduzeća. Godine 2020. Akademija Zagrebačke burze obilježila je desetu godišnjicu svog rada s više od 10.000 sudionika. ("ZSE", 2022)

3.3.1. Segmenti trgovanja

"Trgovanje na Zagrebačkoj burzi podijeljeno je na tri segmenta" (Orsag, Dedi, 2014):

- Uređeno tržište
- Multilateralna trgovinska platforma
- OTC - transakcije

Prema Leki (2012), saznaje se da je uređeno tržište podijeljeno na tri dijela, a to su redovito tržište, na koje mogu biti uvrštene dionice onih društava čiji je broj dionica raspoloživih za trgovanje minimalno 15%, službeno tržište, koje čine dionice društava čiji je *free float* minimalno 25%, te vodeće tržište, za koje vrijedi da izdavatelji dionica, uz kriterije Službenog tržišta, moraju imati i sklopljen ugovor s najmanje dva specijalista. ("ZSE", 2022)

Najzahtjevniji tržišni segment jest vodeće tržište, osobito što se tiče transparentnosti. Redovito tržište obvezuje izdavatelja na dostavu samo minimalnih informacija, dok za službeno i vodeće tržište postoje dodatne obveze koje su propisane pravilima Burze. ("ZSE", 2022)

"Multilateralna trgovinska platforma (MTP) je multilateralni sustav koji spaja ponudu i potražnju za financijskim instrumentima više zainteresiranih trećih strana." ("HANFA", 2018) Ona nema isti status kao i uređeno tržište, već izdavatelji financijskih instrumenata moraju zadovoljiti niže zahtjeve. ("HANFA", 2018)

3.3.2. Burzovni indeksi

Promjene vrijednosti cijena vrijednosnih papira na Zagrebačkoj burzi prate se burzovnim indeksima. Prema službenim podacima Zagrebačke burze (2022), saznaje se da Burza objavljuje 11 dioničkih indeksa, 2 obveznička i jedan regionalni, ADRIAprime, u suradnji s Ljubljanskom burzom d.d. Dionički indeksi su CBX, CBXTR, CBXPR, CBX10, C10TR, CBXPL, CBXIN, CBXKO, CBXNU, CBXTP, CBXTU, dok su obveznički indeksi CBS, CBSTR. ("ZSE", 2022)

"Index vrijednosti dionica Zagrebačke burze je Crobex." (Klačmer Čalopa, Cingula, 2012, str.65). To je službeni indeks Zagrebačke burze koji se određuje prema tržišnoj kapitalizaciji 30 najlikvidnijih dionica hrvatskih poduzeća i revidira se dva puta godišnje. Bio je prvi dionički indeks, a Zagrebačka burza počela ga je računati 3. rujna 1997. godine. Pojavom COVID- a dolazi do negativnih kretanja Crobexa, stoga je HANFA privremeno obustavila trgovanja na Zagrebačkoj burzi kako bi zaštitila ulagatelje. ("ZSE", 2022)

Dolje na Slici 2. prikazuje se kretanje Crobexa u posljednjih 6 mjeseci.



Slika 2: Kretanje Crobexa u zadnjih 6 mjeseci (Izvor: ZSE, 2022)

Prvi obveznički indeks Zagrebačke burze jest CROBIS, a počeo se računati 1. listopada 2002. godine. U tom indeksu cijena svake obveznice određena je sukladno s njenom tržišnom kapitalizacijom. U njegov sastav ulaze državne obveznice, obveznice državnih agencija koje imaju nominalnu vrijednost izdanja veću od 75 milijuna eura, dospijeće veće od 18 mjeseci te fiksnu kamatnu stopu. ("ZSE", 2022)

Na Slici 3. prikazuje se kretanje CROBISA u posljednjih 6 mjeseci, gdje je vidljivo da indeks sada bilježi pad u odnosu na početak godine.



Slika 3: Kretanje Crobisa u zadnjih 6 mjeseci (Izvor: ZSE, 2022)

4. Konstruiranje efikasne granice na hrvatskom dioničkom tržištu primjenom Markowitzeve moderne teorije portfolija

U ovom djelu rada prezentira se konstruiranje efikasne granice na hrvatskom dioničkom tržištu primjenom Markowitzeve moderne teorije portfolija. Prikazan je izbor dionica s hrvatskog tržišta kapitala koje čine uzorak, te postupak i rezultati konstruiranja efikasne granice na istome, primjenom Markowitzeve moderne teorije portfolija.

4.1. Izbor dionica

Prema Živkoviću (2005), hrvatsko tržište kapitala svrstava se u mala tranzicijska tržišta, a ona imaju sljedeće karakteristike:

- Ograničenja na portfolio investicije stranaca
- Dominacija pojedinih vrijednosnih papira na tržištu
- Mali broj vrijednosnih papira koji kotiraju na burzi
- Niska likvidnost vrijednosnih papira
- Poduzeća često imaju nekoliko serija vrijednosnih papira od kojih samo neke kotiraju na burzi
- Problemi vezani za izračunavanje dnevne stope prinosa

Dionice odabrane za ovu analizu su one dionice koje su u sastavu indeksa CROBEX.

Tablicom 1. prikazuje se početni uzorak koji se sastoji od 22 dionice koje su iz različitih sektora privrede, čime se zadovoljava uvjet diverzifikacije ulaganja. S obzirom na to da se dionice nalaze u CROBEX indeksu, zadovoljen je kriterij likvidnosti, koji je najvažniji kriterij kod formiranja početnog uzorka dionica.

Tablica 1: Sastavnice CROBEX indeksa

Simbol	Izdavatelj	Free float tržišna kapitalizacija	Težina
ADRS2	ADRIS GRUPA d.d.	1.502.184.560,52	10,44 %
RIVP	Valamar Riviera d.d.	1.492.206.304,21	10,37 %
KOEI	KONCAR d.d.	1.482.951.608,74	10,31 %
HT	HT d.d.	1.441.033.114,82	10,02 %
PODR	PODRAVKA d.d.	1.413.875.563,14	9,83 %
ATGR	ATLANTIC GRUPA d.d.	1.413.412.696,45	9,82 %
ERNT	ERICSSON NIKOLA TESLA d.d.	1.201.148.300,00	8,35 %
ZABA	Zagrebacka banka d.d.	837.752.954,28	5,82 %
ARNT	Arena Hospitality Group d.d.	656.476.288,00	4,56 %
PLAG	PLAVA LAGUNA d.d.	615.376.160,00	4,28 %
HPB	HPB d.d.	498.057.750,00	3,46 %
ATPL	ATLANTSKA PLOVIDBA d.d.	446.566.400,00	3,10 %
ADPL	AD PLASTIK d.d.	255.754.665,60	1,78 %
SPAN	SPAN d.d.	250.880.000,00	1,74 %
TPNG	TANKERSKA NEXT GENERATION d.d.	224.446.966,50	1,56 %
INGR	INGRA d.d.	163.422.838,00	1,14 %
LKPC	LUKA PLOCE d.d.	156.074.823,00	1,08 %
DLKV	Dalekovod d.d.	141.890.343,92	0,99 %
SAPN	Saponia d.d.	71.059.055,60	0,49 %
ULPL	ALPHA ADRIATIC d.d.	55.854.000,00	0,39 %
VLEN	BRODOGRADILISTE VIKTOR LENAC d.d.	38.132.444,20	0,26 %
JDPL	JADROPLOV d.d.	27.987.125,40	0,19 %

(Izvor: vlastita izrada autorice prema službenim podacima Zagrebačke burze)

4.2. Prikaz postupka i rezultati konstruiranja efikasne granice

U ovom djelu rada najprije se računaju varijable koje su ključne za određivanje optimalnog portfelja, a to su očekivani prinos dionice, standardna devijacija te matrica varijanci i kovarijanci. Ove tri varijable računaju se temeljem povijesnih promjena cijena dionica.

Povijesne promjene cijena mogu se računati na dnevnoj, tjednoj ili mjesečnoj bazi, a za ovaj rad odabrana je mjesečna razina promatranja cijena dionica za razdoblje od jedne godine, odnosno od srpnja 2021. godine do srpnja 2022. godine. Tablicom 2. prikazuju se prosječne mjesečne cijene dionica, koje se računaju temeljem prosječnih dnevnih cijena za svaki pojedini mjesec

Tablica 2: Prosječne mjesečne cijene

	ADRS2	RIVP	KOEI	HT	PODR	ATGR	ERNT	ZABA	ARNT	PLAG	HPB	ATPL	ADPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL
07/2021.	423,25	28,53	748,71	190,49	583,43	1507,59	1622,17	58,65	316,26	1655,71	540,31	189,63	189,63	191,68	41,43	11,44	454,30	11,89	609,43	70,74	9,88	42,64
08/2021.	429,57	29,62	742,78	190,84	580,94	1498,05	1683,39	61,44	310,17	1633,12	556,62	185,38	185,66	201,14	44,15	11,07	552,49	83,28	682,59	93,39	9,12	44,59
09/2021.	417,52	29,34	725,52	190,48	607,32	1492,83	1700,07	62,73	316,39	1615,31	560,21	175,16	175,16	199,46	41,69	10,24	538,41	80,78	776,63	113,98	9,31	64,53
10/2021.	421,84	31,64	755,77	187,28	647,26	1570,18	1762,07	66,77	315,90	1685,57	578,49	172,79	172,79	202,97	41,71	10,02	602,87	86,20	816,30	125,80	8,84	73,55
11/2021.	419,13	31,83	766,21	185,33	630,05	1595,94	1833,49	63,39	299,84	1652,47	594,08	160,60	160,60	227,14	40,39	9,88	612,60	87,46	792,05	102,57	8,08	58,17
12/2021.	415,35	31,84	842,36	184,01	627,29	1646,02	1796,61	63,36	302,51	1630,74	642,68	162,23	162,23	235,07	41,89	10,74	604,49	79,40	867,81	101,69	8,27	54,98
01/2022.	426,10	34,34	926,14	185,07	674,76	1788,99	1918,20	66,72	301,54	1661,99	787,00	381,89	170,07	223,24	40,91	12,61	641,02	102,47	930,88	106,92	10,34	52,94
02/2022.	417,46	33,69	912,48	185,65	665,64	1736,75	1880,37	67,17	292,51	1610,77	788,66	408,32	154,20	212,09	38,78	11,94	583,48	42,78	901,43	110,42	11,61	52,01
03/2022.	397,26	31,09	868,66	188,23	594,89	1622,60	1766,41	68,74	276,02	1601,95	884,66	439,71	98,61	203,97	40,51	11,32	519,12	35,72	852,69	117,13	11,72	52,83
04/2022.	429,92	33,86	937,53	191,62	616,75	1681,70	1890,92	67,91	284,05	1646,03	938,06	488,65	100,08	221,77	44,70	12,92	531,22	39,65	964,78	133,47	12,69	58,87
05/2022.	422,12	34,21	933,31	180,51	604,39	1616,32	1852,40	64,72	278,85	1616,48	919,12	534,30	95,36	240,36	50,54	12,59	609,33	25,95	920,22	136,41	15,75	67,23
06/2022.	411,42	33,02	896,78	176,18	587,21	1618,01	1845,53	64,28	262,57	1663,69	884,08	499,13	91,12	253,40	52,47	12,43	615,46	17,31	887,03	125,80	17,69	66,20
07/2022.	394,94	32,13	854,15	175,79	572,54	1018,83	1615,64	65,17	249,21	1762,55	857,85	438,09	88,15	248,10	50,14	11,68	638,17	17,37	876,76	113,91	15,94	60,14

(Izvor: vlastita izrada autorice prema službenim podacima Zagrebačke burze)

Nadalje, Tablicom 3. prikazuju se mjesečni prinosi dionica za svaki promatrani mjesec. Njih računamo pomoću formule (1).

Tablica 3: Mjesečni prinosi dionica

	ADRS2	RIVP	KOEI	HT	PODR	ATGR	ERNT	ZABA	ARNT	PLAG	HPB	ATPL	ADPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL
07/2021.																						
08/2021.	1,48%	3,74%	-0,80%	0,18%	-0,43%	-0,64%	3,70%	4,65%	-1,94%	-1,37%	2,97%	-2,26%	-2,11%	4,81%	6,35%	-3,34%	19,57%	194,66%	11,34%	27,77%	-8,03%	4,47%
09/2021.	-2,84%	-0,93%	-2,35%	-0,19%	4,44%	-0,35%	0,99%	2,08%	1,98%	-1,10%	0,64%	-5,67%	-5,82%	-0,84%	-5,74%	-7,74%	-2,58%	-3,05%	12,91%	19,93%	2,07%	36,97%
10/2021.	1,03%	7,53%	4,08%	-1,69%	6,37%	5,05%	3,58%	6,24%	-0,15%	4,26%	3,21%	-1,37%	-1,37%	1,74%	0,06%	-2,15%	11,31%	6,49%	4,98%	9,86%	-5,22%	13,09%
11/2021.	-0,65%	0,60%	1,37%	-1,04%	-2,69%	1,63%	3,97%	-5,21%	-5,22%	-1,98%	2,66%	-7,31%	-7,31%	11,25%	-3,22%	-1,39%	1,60%	1,45%	-3,02%	-20,41%	-8,98%	-23,47%
12/2021.	-0,90%	0,04%	9,48%	-0,72%	-0,44%	3,09%	-2,03%	-0,03%	0,89%	-1,32%	7,86%	1,01%	1,01%	3,43%	3,65%	8,28%	-1,33%	-9,67%	9,14%	-0,86%	2,31%	-5,62%
01/2022.	2,55%	7,54%	9,48%	0,57%	7,30%	8,33%	6,55%	5,16%	-0,32%	1,90%	20,26%	85,61%	4,72%	-5,16%	-2,35%	16,04%	5,87%	25,51%	7,02%	5,01%	22,40%	-3,78%
02/2022.	-2,05%	-1,89%	-1,49%	0,31%	-1,36%	-2,96%	-1,99%	0,67%	-3,04%	-3,13%	0,21%	6,69%	-9,80%	-5,12%	-5,37%	-5,44%	-9,40%	-87,33%	-3,21%	3,22%	11,51%	-1,78%
03/2022.	-4,96%	-8,05%	-4,92%	1,38%	-11,24%	-6,80%	-6,25%	2,31%	-5,80%	-0,55%	11,49%	7,41%	-44,70%	-3,90%	4,38%	-5,29%	-11,69%	-18,06%	-5,56%	5,90%	0,98%	1,56%
04/2022.	7,90%	8,53%	7,63%	1,78%	3,61%	3,58%	6,81%	-1,21%	2,87%	2,71%	5,86%	10,55%	1,48%	8,37%	9,84%	13,20%	2,30%	10,45%	12,35%	13,06%	7,94%	10,82%
05/2022.	-1,83%	1,03%	-0,45%	-5,97%	-2,02%	-3,97%	-2,06%	-4,81%	-1,85%	-1,81%	-2,04%	8,93%	-4,83%	8,05%	12,28%	-2,59%	13,72%	-42,37%	-4,73%	2,18%	21,62%	13,28%
06/2022.	-2,57%	-3,52%	-3,99%	-2,43%	-2,88%	0,10%	-0,37%	-0,69%	-6,01%	2,88%	-3,89%	-6,81%	-4,55%	5,28%	3,76%	-1,30%	1,00%	-40,52%	-3,67%	-8,09%	11,59%	-1,53%
07/2022.	-4,09%	-2,74%	-4,87%	-0,22%	-2,53%	-46,25%	-13,30%	1,38%	-5,22%	5,77%	-3,01%	-13,04%	-3,31%	-2,11%	-4,55%	-6,22%	3,62%	0,34%	-1,17%	-9,93%	-10,43%	-9,60%

(Izvor: vlastita izrada autorice prema službenim podacima Zagrebačke burze)

Vidljivo je da je najveći prinos ostvarila dionica DLKV u 8. mjesecu 2021. godine, i on je iznosio 194,66%, dok je ista ta dionica u 5. mjesecu 2022. godine ostvarila najmanji prinos, i to od -87,33%.

Tablicom 4. prikazuju se kvadrati odstupanja mjesečnih prinosa od očekivanih prinosa dionica.

Tablica 4: Kvadrati odstupanja mjesečnih prinosa od očekivanih prinosa dionica

	ADRS2	RIVP	KOEI	HT	PODR	ATGR	ERNT	ZABA	ARNT	PLAG	HPB	ATPL	ADPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL
07/2021.	0,0004	0,0008	0,0004	0,0001	0,0000	0,0007	0,0014	0,0014	0,0000	0,0004	0,0001	0,0085	0,0018	0,0007	0,0023	0,00	0,03	3,67	0,01	0,06	0,01	0,00
08/2021.	0,0005	0,0004	0,0012	0,0000	0,0021	0,0009	0,0001	0,0001	0,0016	0,0003	0,0010	0,0160	0,0000	0,0009	0,0054	0,0063	0,0029	0,0039	0,0098	0,0255	0,0004	0,1163
09/2021.	0,0003	0,0043	0,0009	0,0001	0,0043	0,0069	0,0013	0,0029	0,0003	0,0014	0,0000	0,0070	0,0025	0,0000	0,0002	0,0005	0,0072	0,0011	0,0004	0,0035	0,0085	0,0104
10/2021.	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0024	0,0016	0,0037	0,0010	0,0006	0,0001	0,0204	0,0001	0,0083	0,0023	0,0002	0,0002	0,0003	0,0037	0,0595	0,0168	0,0694
11/2021.	0,0000	0,0001	0,0070	0,0000	0,0000	0,0040	0,0004	0,0001	0,0008	0,0003	0,0016	0,0036	0,0055	0,0002	0,0004	0,0066	0,0017	0,0164	0,0037	0,0023	0,0003	0,0072
12/2021.	0,0010	0,0043	0,0070	0,0002	0,0056	0,0134	0,0043	0,0018	0,0003	0,0002	0,0269	0,6184	0,0123	0,0053	0,0016	0,0252	0,0009	0,0499	0,0016	0,0001	0,0339	0,0044
01/2022.	0,0002	0,0008	0,0007	0,0001	0,0001	0,0000	0,0004	0,0000	0,0001	0,0013	0,0013	0,0000	0,0012	0,0053	0,0048	0,0031	0,0150	0,8189	0,0039	0,0001	0,0057	0,0022
02/2022.	0,0019	0,0082	0,0036	0,0004	0,0123	0,0012	0,0039	0,0002	0,0015	0,0001	0,0058	0,0000	0,1468	0,0037	0,0008	0,0030	0,0211	0,0450	0,0074	0,0004	0,0009	0,0002
03/2022.	0,0072	0,0057	0,0043	0,0006	0,0014	0,0047	0,0047	0,0004	0,0024	0,0005	0,0004	0,0013	0,0062	0,0039	0,0068	0,0170	0,0000	0,0053	0,0087	0,0083	0,0016	0,0063
04/2022.	0,0002	0,0000	0,0002	0,0028	0,0003	0,0000	0,0004	0,0032	0,0000	0,0005	0,0035	0,0004	0,0002	0,0035	0,0114	0,0008	0,0119	0,2073	0,0060	0,0003	0,0311	0,0108
05/2022.	0,0004	0,0020	0,0026	0,0003	0,0007	0,0011	0,0000	0,0002	0,0016	0,0006	0,0060	0,0190	0,0003	0,0010	0,0005	0,0002	0,0003	0,1908	0,0045	0,0146	0,0058	0,0019
06/2022.	0,0012	0,0014	0,0036	0,0000	0,0006	0,1848	0,0176	0,0000	0,0010	0,0028	0,0047	0,0401	0,0009	0,0018	0,0038	0,0041	0,0001	0,0008	0,0018	0,0193	0,0208	0,0155
07/2022.	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0011	0,0000	0,0001	0,0004	0,0000	0,0015	0,0049	0,0041	0,0005	0,0003	0,0000	0,0008	0,0010	0,0009	0,0016	0,0016	0,0008

(Izvor: vlastita izrada autorice prema službenim podacima Zagrebačke burze)

Tablica 5: prikazuje očekivane mjesečne prinose, varijance te standardne devijacije svih promatranih dionica. S obzirom na to da očekivani mjesečni prinos predstavlja prosjek svih mjesečnih promjena, u Microsoft Excelu računa se pomoću izraza AVERAGE. Varijance su izračunate kao prosjek (AVERAGE) kvadrata odstupanja mjesečnih prinosa od očekivanih prinosa u promatranom razdoblju jer se tom funkcijom zbroje svi kvadrati odstupanja i dijele s T , a to je upravo izraz (3). Standardne devijacije izračunate su funkcijom STDEV mjesečnih prinosa dionica, a mogu se izračunati i kao drugi korijeni iz varijance.

Tablica 5: Očekivani mjesečni prinosi, varijance i standardne devijacije

	OČEKIVANI MJESEČNI PRINOS	VARIJANCA	STANDARDNA DEVIJACIJA
ADRS2	-0,58%	0,001108196	0,033289573
RIVP	0,99%	0,002325367	0,048222060
KOEI	1,10%	0,002620316	0,051189018
HT	-0,67%	0,000385893	0,051189018
PODR	-0,16%	0,002340185	0,048375464
ATGR	-3,27%	0,018355294	0,135481712
ERNT	-0,03%	0,003009199	0,054856166
ZABA	0,88%	0,001184476	0,034416218
ARNT	-1,99%	0,000887929	0,029798133
PLAG	0,52%	0,000746697	0,027325766
HPB	3,85%	0,004295268	0,065538295
ATPL	6,98%	0,061219948	0,247426652
ADPL	-6,38%	0,014827863	0,121769712
SPAN	2,15%	0,00287584	0,053626855
TPNG	1,59%	0,003354444	0,057917565
INGR	0,17%	0,005684014	0,075392403
LKPC	2,83%	0,007438787	0,086248404
DLKV	3,16%	0,417242924	0,645943438
SAPN	3,03%	0,004853934	0,069670178
ULPL	3,97%	0,015862384	0,125945956
VLEN	3,98%	0,011675157	0,108051639
JDPL	2,87%	0,020414673	0,142879927

(Izvor: vlastita izrada autorice prema službenim podacima Zagrebačke burze)

Iz tablice se vidi kako 15 dionica ima pozitivni očekivani mjesečni prinos, dok je kod ostalih 7 on negativan. Najveći pozitivni očekivani prinos ima dionica VLEN- a, i on iznosi 3,98%, dok najveći negativni očekivani mjesečni prinos ostvaruje dionica ADPL- a, i on iznosi -6,38%. Najrizičnija dionica je donica DLKV- a, dok je najmanje rizična dionica PLAG- a. Može se uočiti da ove dionice ne nude veliki očekivani mjesečni prinos, a oko trećina ih nudi čak i negativni, stoga se može zaključiti kako ni optimalan portfelj neće ponuditi značajan prinos, a s obzirom na to kako su u uzorku dionice s najvećom tržišnom kapitalizacijom na tržištu, ovo je dokaz da hrvatsko tržište kapitala nudi slabe investicijske prilike.

Za daljnje određivanje efikasnih portfelja koriste se samo dionice s pozitivnim očekivanim mjesečnim prinosima, a to su dionice RIVP, KOEI, ZABA, PLAG, HPB, ATPL, SPAN, TPNG, LKPC, INGR, DLKV, SAPN, ULPL, VLEN i JDPL. Tablicom 6. prikazuju se mjesečni prinosi samo prethodno odabranih dionica.

Tablica 6: Mjesečni prinosi dionice s pozitivnim očekivanim mjesečnim prinosima

	RIVP	KOEI	ZABA	PLAG	HPB	ATPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL
07/2021.	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
08/2021.	3,74%	-0,80%	4,65%	-1,37%	2,97%	-2,26%	4,81%	6,35%	-3,34%	19,57%	194,66%	11,34%	27,77%	-8,03%	4,47%
09/2021.	-0,93%	-2,35%	2,08%	-1,10%	0,64%	-5,67%	-0,84%	-5,74%	-7,74%	-2,58%	-3,05%	12,91%	19,93%	2,07%	36,97%
10/2021.	7,53%	4,08%	6,24%	4,26%	3,21%	-1,37%	1,74%	0,06%	-2,15%	11,31%	6,49%	4,98%	9,86%	-5,22%	13,09%
11/2021.	0,60%	1,37%	-5,21%	-1,98%	2,66%	-7,31%	11,25%	-3,22%	-1,39%	1,60%	1,45%	-3,02%	-20,41%	-8,98%	-23,47%
12/2021.	0,04%	9,48%	-0,03%	-1,32%	7,86%	1,01%	3,43%	3,65%	8,28%	-1,33%	-9,67%	9,14%	-0,86%	2,31%	-5,62%
01/2022.	7,54%	9,48%	5,16%	1,90%	20,26%	85,61%	-5,16%	-2,35%	16,04%	5,87%	25,51%	7,02%	5,01%	22,40%	-3,78%
02/2022.	-1,89%	-1,49%	0,67%	-3,13%	0,21%	6,69%	-5,12%	-5,37%	-5,44%	-9,40%	-87,33%	-3,21%	3,22%	11,51%	-1,78%
03/2022.	-8,05%	-4,92%	2,31%	-0,55%	11,49%	7,41%	-3,90%	4,38%	-5,29%	-11,69%	-18,06%	-5,56%	5,90%	0,98%	1,56%
04/2022.	8,53%	7,63%	-1,21%	2,71%	5,86%	10,55%	8,37%	9,84%	13,20%	2,30%	10,45%	12,35%	13,06%	7,94%	10,82%
05/2022.	1,03%	-0,45%	-4,81%	-1,81%	-2,04%	8,93%	8,05%	12,28%	-2,59%	13,72%	-42,37%	-4,73%	2,18%	21,62%	13,28%
06/2022.	-3,52%	-3,99%	-0,69%	2,88%	-3,89%	-6,81%	5,28%	3,76%	-1,30%	1,00%	-40,52%	-3,67%	-8,09%	11,59%	-1,53%
07/2022.	-2,74%	-4,87%	1,38%	5,77%	-3,01%	-13,04%	-2,11%	-4,55%	-6,22%	3,62%	0,34%	-1,17%	-9,93%	-10,43%	-9,60%

(Izvor: vlastita izrada autorice prema službenim podacima Zagrebačke burze)

Nadalje, za izračunavanje optimalnog portfelja potrebna je matrica varijanci i kovarijanci, a da bi se izračunala, prvo je potrebno izračunati tablicu razlika pojedinih mjesečnih prinosa i očekivanih prinosa za sve dionice koje imaju pozitivni prinos. Tablicom 7. prikazuje se matrica A na temelju koje se izrađuje matrica varijanci i kovarijanci.

Tablica 7: Razlike mjesečnih prinosa i očekivanih mjesečnih prinosa dionica s pozitivnim prinosima (matrica A)

	RIVP	KOEI	ZABA	PLAG	HPB	ATPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL
08/2021.	0,0275	-0,0190	0,0377	-0,0189	-0,0088	-0,0924	0,0266	0,0476	-0,0351	0,1686	1,9150	0,0831	0,2380	-0,1201	0,0160
09/2021.	-0,0192	-0,0345	0,0120	-0,0162	-0,0321	-0,1265	-0,0299	-0,0733	-0,0791	-0,0529	-0,0621	0,0988	0,1596	-0,0191	0,3410
10/2021.	0,0654	0,0298	0,0536	0,0374	-0,0064	-0,0834	-0,0041	-0,0153	-0,0232	0,0860	0,0333	0,0195	0,0589	-0,0920	0,1022
11/2021.	-0,0039	0,0027	-0,0609	-0,0250	-0,0119	-0,1429	0,0910	-0,0481	-0,0156	-0,0111	-0,0171	-0,0605	-0,2438	-0,1296	-0,2634
12/2021.	-0,0095	0,0838	-0,0091	-0,0184	0,0401	-0,0597	0,0128	0,0206	0,0811	-0,0404	-0,1283	0,0611	-0,0483	-0,0167	-0,0849
01/2022.	0,0655	0,0838	0,0428	0,0138	0,1641	0,7864	-0,0731	-0,0394	0,1587	0,0316	0,2235	0,0399	0,0104	0,1842	-0,0665
02/2022.	-0,0288	-0,0259	-0,0021	-0,0365	-0,0364	-0,0029	-0,0727	-0,0696	-0,0561	-0,1211	-0,9049	-0,0624	-0,0075	0,0753	-0,0465
03/2022.	-0,0904	-0,0602	0,0143	-0,0107	0,0764	0,0043	-0,0605	0,0279	-0,0546	-0,1440	-0,2122	-0,0859	0,0193	-0,0300	-0,0131
04/2022.	0,0754	0,0653	-0,0209	0,0219	0,0201	0,0358	0,0622	0,0825	0,1303	-0,0041	0,0729	0,0932	0,0909	0,0396	0,0795
05/2022.	0,0004	-0,0155	-0,0569	-0,0233	-0,0589	0,0195	0,0590	0,1069	-0,0276	0,1101	-0,4553	-0,0776	-0,0179	0,1764	0,1041
06/2022.	-0,0451	-0,0509	-0,0157	0,0236	-0,0774	-0,1379	0,0313	0,0217	-0,0147	-0,0171	-0,4368	-0,0670	-0,1206	0,0761	-0,0440
07/2022.	-0,0373	-0,0597	0,0050	0,0525	-0,0686	-0,2002	-0,0426	-0,0614	-0,0639	0,0091	-0,0282	-0,0420	-0,1390	-0,1441	-0,1247

(Izvor: vlastita izrada autorice prema službenim podacima Zagrebačke burze)

Tablicom 8. prikazuje se matrica varijanci i kovarijanci, a računa se pomoću Excelove funkcije array. Ona računa pojedinačne vrijednosti za sve ćelije, a dalje se ta vrijednost dijeli sa 180 jer postoji 180 mjesečnih promjena u izračunu, s obzirom na to da se radi o 15 dionica i razdoblju od 1 godine, tj. 12 mjeseci.

Tablica 8: Matrica varijanci i kovarijanci

	RIVP	KOEI	ZABA	PLAG	HPB	ATPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL
RIVP	0,0023	0,0019	0,0004	0,0003	0,0010	0,0053	0,0007	0,0005	0,0023	0,0025	0,0119	0,0021	0,0021	0,0008	0,0011
KOEI	0,0019	0,0026	0,0002	0,0001	0,0021	0,0071	0,0004	0,0005	0,0034	0,0009	0,0039	0,0020	0,0006	0,0015	-0,0006
ZABA	0,0004	0,0002	0,0012	0,0003	0,0009	0,0027	-0,0012	-0,0006	0,0001	0,0004	0,0096	0,0010	0,0025	-0,0006	0,0014
PLAG	0,0003	0,0001	0,0003	0,0007	-0,0001	0,0002	-0,0002	-0,0001	0,0004	0,0005	0,0006	0,0001	-0,0005	-0,0005	-0,0001
HPB	0,0010	0,0021	0,0009	-0,0001	0,0043	0,0132	-0,0013	0,0000	0,0033	-0,0008	0,0081	0,0013	0,0015	0,0019	-0,0012
ATPL	0,0053	0,0071	0,0027	0,0002	0,0132	0,0612	-0,0052	-0,0004	0,0130	0,0013	0,0063	0,0028	0,0039	0,0174	-0,0022
SPAN	0,0007	0,0004	-0,0012	-0,0002	-0,0013	-0,0052	0,0029	0,0017	0,0005	0,0021	0,0064	0,0002	-0,0013	-0,0008	-0,0009
TPNG	0,0005	0,0005	-0,0006	-0,0001	0,0000	-0,0004	0,0017	0,0034	0,0012	0,0020	0,0076	0,0001	0,0018	0,0019	0,0013
INGR	0,0023	0,0034	0,0001	0,0004	0,0033	0,0130	0,0005	0,0012	0,0057	0,0007	0,0046	0,0023	0,0001	0,0036	-0,0020
LKPC	0,0025	0,0009	0,0004	0,0005	-0,0008	0,0013	0,0021	0,0020	0,0007	0,0074	0,0365	0,0018	0,0032	-0,0006	0,0013
DLKV	0,0119	0,0039	0,0096	0,0006	0,0081	0,0063	0,0064	0,0076	0,0046	0,0365	0,4172	0,0253	0,0445	-0,0296	0,0033
SAPN	0,0021	0,0020	0,0010	0,0001	0,0013	0,0028	0,0002	0,0001	0,0023	0,0018	0,0253	0,0049	0,0060	-0,0009	0,0047
ULPL	0,0021	0,0006	0,0025	-0,0005	0,0015	0,0039	-0,0013	0,0018	0,0001	0,0032	0,0445	0,0060	0,0159	0,0006	0,0133
VLEN	0,0008	0,0015	-0,0006	-0,0005	0,0019	0,0174	-0,0008	0,0019	0,0036	-0,0006	-0,0296	-0,0009	0,0006	0,0117	0,0032
JDPL	0,0011	-0,0006	0,0014	-0,0001	-0,0012	-0,0022	-0,0009	0,0013	-0,0020	0,0013	0,0033	0,0047	0,0133	0,0032	0,0204

(Izvor: vlastita izrada autorice prema službenim podacima Zagrebačke burze)

Nadalje, Tablicom 9. prikazuju se koeficijenti korelacije između pojedinih dionica.

Tablica 9: Koeficijenti korelacije

	RNP	KOEI	ZABA	PLAG	HPB	ATPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL
RVP	1,0001579														
KOEI	0,7564214	1													
ZABA	0,2606438	0,1119448	1												
PLAG	0,2565693	0,0369598	0,3650142	1											
HPB	0,3201295	0,6192611	0,4253632	-0,0392435	1										
ATPL	0,4410687	0,5589244	0,3250816	0,0346991	0,8181542	1									
SPAN	0,2653518	0,1582458	-0,6596885	-0,1085061	-0,3704853	-0,3899434	1								
TPNG	0,1845295	0,1649122	-0,2860893	-0,0611561	-0,0106297	-0,0264552	0,5472477	1							
INGR	0,6448935	0,8849127	0,0514476	0,1858567	0,6810288	0,6978183	0,1164706	0,2754355	1						
LKPC	0,6104810	0,1998128	0,1438192	0,2024536	-0,1350707	0,0587429	0,4457946	0,4001010	0,1143960	1					
DLKV	0,3834242	0,1176766	0,4361338	0,0358652	0,1931129	0,0392142	0,1853189	0,2034170	0,0937820	0,6560853	1				
SAPN	0,6218845	0,5577153	0,4357525	0,0772089	0,2922362	0,1633407	0,0489217	0,0306607	0,4309722	0,3008103	0,5608952	1			
ULPL	0,3482291	0,0981679	0,5910722	-0,1312685	0,1890793	0,1238526	-0,1989957	0,2471863	0,0135773	0,2941398	0,5477690	0,6787979	1		
VLEN	0,1423356	0,2638076	-0,1546385	-0,1677826	0,2575142	0,6213387	-0,1374828	0,2835873	0,4260563	-0,0631272	-0,4050471	-0,1130402	0,0433889	1	
JDPL	0,1601628	-0,0816508	0,2832152	-0,0254526	-0,1324509	-0,0630573	-0,1214987	0,1511860	-0,1843157	0,1079378	0,0355376	0,4738960	0,7410177	0,1985084	1

(Izvor: vlastita izrada autorice prema službenim podacima Zagrebačke burze)

Iz ove tablice vidi se da većina dionica ima pozitivnu korelaciju, no ipak postoje i neke koje imaju negativnu, a to pruža dobru priliku za diverzifikaciju portfelja. U promatranom razdoblju najjača pozitivna veza jest između dionica KOEI- a i INGR- a, a koeficijent korelacije iznosi 0,88491. Jak intezitet korelacije dionica nije povoljna situacija za investitore jer, iako one u uvjetima ekspanzije donose slične prinose, u uvjetima recesije donijet će gubitke sličnog inteziteta. Za investitore je povoljnija situacija da je koeficijent korelacije što manji, u najboljem slučaju negativan, što znači da, ako jedna dionica donosi gubitke, druga će ostvariti prinos, i tu dolazi do redukcije rizika.

Nakon izračuna matrice varijanci i kovarijanci, mogu se odrediti efikasni portfelji. Efikasni portfelji dobiveni su pomoću dodatka Solver, koji je dio tabličnog kalkulatora Excel. Solver je makronaredba tabličnog kalkulatora Excel koja omogućuje optimizaciju matematičkih modela. Efikasni portfelji formirani su iz uzorka od 15 dionica koje su imale pozitivne očekivane mjesečne prinose, a formirani su temeljem ranije opisanih pristupa, pristupom minimalne varijance te pristupom maksimalnog prinosa.

4.2.1. Efikasna granica na temelju minimalne varijance

Slikom 4. prikazuju se svi podaci koji su potrebni za određivanje optimalnog portfelja, kao i formule koje je potrebno unijeti iz razloga što Solver zahtijeva da ćelije koje koristi sadrže formule, a ne tekst. Formule za varijancu, standardnu devijaciju i prinos portfelja nalaze se na desnoj strani. Ovim pristupom zadaje se prinos koji se želi ostvariti, a optimizacijom se dolazi do portfelja, koji uz određeni prinos daje minimalnu varijancu, odnosno najmanji rizik.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1																						
2		RVP	KOEI	ZABA	PLAG	HPB	ATPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL		Ukupno				
3	Težine	0,00%	0,00%	37,07%	42,30%	0,61%	0,00%	20,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%		100,00%				
4	Očekivani prinos	0,9900%	1,1000%	0,8800%	0,5200%	3,8500%	6,9780%	2,1500%	1,5900%	0,1700%	2,7100%	3,1600%	3,0300%	3,9700%	3,9800%	2,8700%						
5																						
6																						
7		MATRICA VARIJANCI I KOVARIJANCI																				
8		RVP	KOEI	ZABA	PLAG	HPB	ATPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL						
9	RVP	0,00233	0,00187	0,00043	0,00034	0,00100	0,00526	0,00069	0,00051	0,00234	0,00254	0,01194	0,00209	0,00211	0,00078	0,00110						
10	KOEI	0,00187	0,00262	0,00019	0,00005	0,00206	0,00708	0,00043	0,00049	0,00342	0,00088	0,00389	0,00199	0,00063	0,00153	-0,00060						
11	ZABA	0,00043	0,00019	0,00118	0,00034	0,00094	0,00273	-0,00120	-0,00056	0,00013	0,00042	0,00958	0,00103	0,00253	-0,00059	0,00138						
12	PLAG	0,00034	0,00005	0,00034	0,00075	-0,00007	0,00023	-0,00016	-0,00010	0,00038	0,00048	0,00063	0,00015	-0,00045	-0,00052	-0,00010						
13	HPB	0,00100	0,00206	0,00094	-0,00007	0,00430	0,01318	-0,00129	-0,00004	0,00334	-0,00076	0,00812	0,00133	0,00155	0,00189	-0,00123						
14	ATPL	0,00526	0,00708	0,00273	0,00023	0,01318	0,06122	-0,00517	-0,00038	0,01302	0,00125	0,00627	0,00282	0,00386	0,01737	-0,00223						
15	SPAN	0,00069	0,00043	-0,00120	-0,00016	-0,00129	-0,00517	0,00288	0,00170	0,00047	0,00206	0,00642	0,00018	-0,00134	-0,00083	-0,00093						
16	TPNG	0,00051	0,00049	-0,00056	-0,00010	-0,00004	-0,00038	0,00170	0,00335	0,00120	0,00200	0,00761	0,00012	0,00180	0,00186	0,00125						
17	INGR	0,00234	0,00342	0,00013	0,00038	0,00334	0,01302	0,00047	0,00120	0,00568	0,00074	0,00457	0,00226	0,00013	0,00363	-0,00199						
18	LKPC	0,00254	0,00088	0,00042	0,00048	-0,00076	0,00125	0,00206	0,00200	0,00074	0,00744	0,03653	0,00181	0,00319	-0,00061	0,00133						
19	DLKV	0,01194	0,00389	0,00958	0,00063	0,00812	0,00627	0,00642	0,00761	0,00457	0,03653	0,41724	0,02525	0,04454	-0,02956	0,00328						
20	SAPN	0,00209	0,00199	0,00103	0,00015	0,00133	0,00282	0,00018	0,00012	0,00226	0,00181	0,02525	0,00485	0,00596	-0,00089	0,00472						
21	ULPL	0,00211	0,00063	0,00253	-0,00045	0,00155	0,00386	-0,00134	0,00180	0,00013	0,00319	0,04454	0,00596	0,01586	0,00062	0,01333						
22	VLEN	0,00078	0,00153	-0,00059	-0,00052	0,00189	0,01737	-0,00083	0,00186	0,00363	-0,00061	-0,02956	-0,00089	0,00062	0,01168	0,00321						
23	JDPL	0,00110	-0,00060	0,00138	-0,00010	-0,00123	-0,00223	-0,00093	0,00125	-0,00199	0,00133	0,00328	0,00472	0,01333	0,00321	0,02041						
24																						
25																						
26	VARIJANCA	0,00%																				
27																						
28	PRINOS	0,00%	0,00%	0,33%	0,22%	0,02%	0,00%	0,43%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%						

Slika 4: Početni zaslon s formulama (Izvor: vlastita izrada autorice)

Iduće se prikazuje početni zaslon dodatka Solver u koji se unose parametri za rješavanje. Najprije je potrebno postaviti cilj, a to je varijanca portfelja (ćelija T7), koja mora poprimiti minimalnu vrijednost. Vrijednosti koje se mijenjaju su udjeli svake pojedine dionice, a to su u ovom slučaju ćelije u rasponu C4:Q4. Nakon toga je potrebno dodati ograničenja, koja su u ovom slučaju sljedeća: udio svake pojedine dionice mora biti veći ili jednak nuli, zbroj udjela dionica mora biti jednak 1 te prinos portfelja mora biti veći ili jednak od željenog. Sve navedeno napravljeno je prema izrazu 5. Nakon što su u Solver uneseni svi parametri, potrebno je kliknuti "RIJEŠI" i tada se dobe vrijednosti udjela i minimalna varijanca. Kako bi se dobili ostali portfelji potrebno je mijenjati vrijednost ciljanog prinosa, tj. ćeliju T23 i ponovno provesti optimizaciju.

The screenshot displays an Excel spreadsheet with a Solver Parameters dialog box open. The spreadsheet contains data for various assets (RVP, KOEI, ZABA, PLAG, HPB, ATPL, VLEN, JDPL) and their expected returns, variances, and covariances. The Solver Parameters dialog box is configured with the following settings:

- Set Objective:** T17
- To:** ☐ Max ☒ Min ☐ Value Of: 0
- By Changing Variable Cells:** C3:Q3
- Subject to the Constraints:**
 - C3:Q3 >= 0
 - S33 = 1
 - T19 >= T23
- ☒ Make Unconstrained Variables Non-Negative
- Select a Solving Method:** IPOPT Nonlinear
- Solving Method:** Select the IPOPT Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems.

The spreadsheet also shows the results of the optimization, including the optimal portfolio weights and the resulting expected return, variance, and standard deviation.

Slika 5: Zaslom dodatka Solver (Izvor: vlastita izrada autorice)

Tablica 10. prikazuje sve efikasne portfelje koji su dobiveni optimizacijom pomoću Solvera. Očekivani prinos određen je proizvoljno te se rezultati mijenjaju kako se i on mijenja. Tablicom je prikazano pet mogućih portfelja.

Tablica 10: Rezultati iz Solvera

Rezultati iz Solver-a za različite vrijednosti očekivanog prinosa																
Standardna devijacija	Očekivani prinos	Težine														
		w[RIVP]	w[KOE]	w[ZABA]	w[PLAG]	w[HPB]	w[ATPL]	w[SPAN]	w[TPNG]	w[INGR]	w[LKPC]	w[DLKV]	w[SAPN]	w[ULPL]	w[VLEN]	w[JDPL]
1,77%	1,00%	0,00%	0,00%	37,07%	42,30%	0,61%	0,00%	20,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
1,53%	1,50%	0,00%	0,00%	37,50%	22,22%	10,56%	0,00%	29,73%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
1,84%	2,00%	0,00%	0,00%	32,07%	8,53%	22,66%	0,00%	36,74%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2,46%	2,50%	0,00%	0,00%	21,60%	0,00%	35,98%	0,00%	42,42%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
3,26%	3,00%	0,00%	0,00%	2,85%	0,01%	51,32%	0,00%	45,82%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

(Izvor: vlastita izrada autorice prema podacima iz Solvera)

Nadalje, Grafikonom 1. prikazuje se efikasna granica. Na efikasnoj granici nalaze se svi portfelji koji su dobiveni pomoću dodatka Solver.

Grafikon 1: Efikasna granica temeljem minimalne varijance



(Izvor: vlastita izrada autorice prema podacima iz *Solvera*)

4.2.2. Efikasna granica na temelju maksimalnog prinosa

Drugi način optimizacije portfelja jest optimizacija temeljem maksimalnog prinosa prema izrazu (6). Slikom 6. prikazuje se zaslon sa svim podacima i formulama potrebnim za provedbu optimizacije..

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
1																													
2			Očekivani prinos	Standardna devijacija	Težine																								
3		RVP	0,99%	4,82%	0,0000																								
4		KOEI	1,10%	5,12%	0,0000																								
5		ZABA	0,88%	3,40%	0,0000																								
6		PLAG	0,52%	2,73%	0,0000																								
7		HPB	3,85%	6,51%	0,6548																								
8		ATPL	0,51%	11,96%	0,0000																								
9		SPAN	2,18%	5,74%	0,3452																								
10		TPNG	1,59%	5,79%	0,0000																								
11		INGR	0,17%	7,54%	0,0000																								
12		LKPC	2,71%	8,62%	0,0000																								
13		DLKV	3,16%	64,59%	0,0000																								
14		SAPN	3,03%	6,97%	0,0000																								
15		ULPL	3,97%	12,59%	0,0000																								
16		VLEN	3,98%	11,30%	0,0000																								
17		JDPL	2,87%	14,29%	0,0000																								
18																													
19				UKUPNO:	=SUM(E3:E17)																								
20																													
21																													
22		Matrica varijanci i kovarijanci																											
23			RVP	KOEI	ZABA	PLAG	HPB	ATPL	SPAN	TPNG	INGR	LKPC	DLKV	SAPN	ULPL	VLEN	JDPL												
24		RVP	0,0023	0,0019	0,0004	0,0003	0,0010	0,0053	0,0007	0,0005	0,0023	0,0025	0,0119	0,0021	0,0021	0,0008	0,0011												
25		KOEI	0,0019	0,0026	0,0002	0,0001	0,0021	0,0071	0,0004	0,0005	0,0034	0,0009	0,0039	0,0020	0,0006	0,0015	-0,0006												
26		ZABA	0,0004	0,0002	0,0012	0,0003	0,0009	0,0027	-0,0012	-0,0006	0,0001	0,0004	0,0096	0,0010	0,0025	-0,0006	0,0014												
27		PLAG	0,0003	0,0001	0,0003	0,0007	-0,0001	0,0002	-0,0002	-0,0001	0,0004	0,0005	0,0006	0,0001	-0,0005	-0,0005	-0,0001												
28		HPB	0,0010	0,0021	0,0009	-0,0001	0,0043	0,0132	-0,0013	0,0000	0,0033	-0,0008	0,0081	0,0013	0,0015	0,0019	-0,0012												
29		ATPL	0,0053	0,0071	0,0027	0,0002	0,0132	0,0612	-0,0052	-0,0004	0,0130	0,0013	0,0063	0,0028	0,0039	0,0174	-0,0022												
30		SPAN	0,0007	0,0004	-0,0012	-0,0002	-0,0013	-0,0052	0,0029	0,0017	0,0005	0,0021	0,0064	0,0002	-0,0013	-0,0008	-0,0009												
31		TPNG	0,0005	0,0005	-0,0006	-0,0001	0,0000	-0,0004	0,0017	0,0034	0,0012	0,0020	0,0076	0,0001	0,0018	0,0019	0,0013												
32		INGR	0,0023	0,0034	0,0001	0,0004	0,0033	0,0130	0,0005	0,0012	0,0057	0,0007	0,0046	0,0023	0,0001	0,0036	-0,0020												
33		LKPC	0,0025	0,0009	0,0004	0,0005	-0,0008	0,0013	0,0021	0,0020	0,0007	0,0074	0,0365	0,0018	0,0032	-0,0006	0,0013												
34		DLKV	0,0119	0,0039	0,0096	0,0006	0,0081	0,0063	0,0064	0,0076	0,0046	0,0365	0,4172	0,0253	0,0445	-0,0296	0,0033												
35		SAPN	0,0021	0,0020	0,0010	0,0001	0,0013	0,0028	0,0002	0,0001	0,0023	0,0018	0,0253	0,0049	0,0060	-0,0009	0,0047												
36		ULPL	0,0021	0,0006	0,0025	-0,0005	0,0015	0,0039	-0,0013	0,0018	0,0001	0,0032	0,0445	0,0060	0,0159	0,0006	0,0133												
37		VLEN	0,0008	0,0015	-0,0006	-0,0005	0,0019	0,0174	-0,0008	0,0019	0,0036	-0,0006	-0,0296	-0,0009	0,0006	0,0117	0,0032												
38		JDPL	0,0011	-0,0006	0,0014	-0,0001	-0,0012	-0,0022	-0,0009	0,0013	-0,0020	0,0013	0,0033	0,0047	0,0133	0,0032	0,0204												

PORTFELI		
OČEKIVANI PRINOS	3,27%	=SUMPRODUCT(E3:E17;C3:C17)
STANDARDNA DEVIJACIJA	4,00%	=SQRT(SUMPRODUCT(E3:E17;MMULT(C24:Q38;E3:E17)))
CILJANA STANDARDNA DEVIJACIJA	4,00%	

Slika 6: Početni zaslon s formulama (Izvor: vlastita izrada autorice)

Slika 7. prikazuje parametre koje je bilo potrebno postaviti kako bi *Solver* mogao pronaći rješenje. U ovom slučaju cilj koji se postavlja je očekivani prinos, a treba poprimiti maksimalnu vrijednost. Nadalje, potrebno je odabrati raspon ćelija čije će se vrijednosti mijenjati, a to su udjeli svake pojedine dionice. Nakon toga potrebno je postaviti sljedeća ograničenja: rizik portfelja mora biti manji ili jednaki ciljanom portfelju, zbroj udjela svake pojedine dionice mora biti jednak 1 te udjeli svake pojedine dionice moraju biti veći ili jednaki nuli. Kada su uneseni svi parametri, potrebno je kliknuti “RIJEŠI” kako bi se prikazali rezultati. Kako bi se došlo do više mogućih rješenja, potrebno je mijenjati vrijednost ciljane standardne devijacije (ćeliju U35) i ponoviti postupak.

Solver Parameters

Set Objective: **SUS33**

To: ☒ Max ☐ Min ☐ Value Of: 0

By Changing Variable Cells: **SES3:SES17**

Subject to the Constraints:

- SES19 = 1**
- SUS34 <= SUS35**
- SES3:SES17 >= 0**

☒ Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method: **IPOPT Nonlinear**

Solving Method
Select the IPOPT Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems.

Solve **Close**

	Očekivani prinos	Standardna devijacija	Težine
RIVP	0,99%	4,82%	0,0000
KOEI	1,10%	5,12%	0,0000
ZABA	0,88%	3,40%	0,0000
PLAG	0,52%	2,73%	0,0000
HPB	3,85%	6,51%	0,6548
ATPL	0,51%	11,96%	0,0000
SPAN	2,18%	5,74%	0,3452
TPNG	1,59%	5,79%	0,0000
INGR	0,17%	7,54%	0,0000
LKPC	2,71%	8,62%	0,0000
DLKV	3,16%	64,59%	0,0000
SAPN	3,03%	6,97%	0,0000
ULPL	3,97%	12,59%	0,0000
VLEN	3,98%	11,30%	0,0000
JDPL	2,87%	14,29%	0,0000
UKUPNO:			=SUM(E3:E17)

Matrica varijanci i kovarijanci										
	RIVP	KOEI	ZABA	PLAG	HPB	ATPL				
RIVP	0,0023	0,0019	0,0004	0,0003	0,0010	0,0005				
KOEI	0,0019	0,0026	0,0002	0,0001	0,0021	0,0007				
ZABA	0,0004	0,0002	0,0012	0,0003	0,0009	0,0002				
PLAG	0,0003	0,0001	0,0003	0,0007	-0,0001	0,0000				
HPB	0,0010	0,0021	0,0009	-0,0001	0,0043	0,013				
ATPL	0,0053	0,0071	0,0027	0,0002	0,0132	0,061				
SPAN	0,0007	0,0004	-0,0012	-0,0002	-0,0013	-0,005				
TPNG	0,0005	0,0005	-0,0006	-0,0001	0,0000	-0,000				
INGR	0,0023	0,0034	0,0001	0,0004	0,0033	0,013				
LKPC	0,0025	0,0009	0,0004	0,0005	-0,0008	0,001				
DLKV	0,0119	0,0039	0,0096	0,0006	0,0081	0,006				
SAPN	0,0021	0,0020	0,0010	0,0001	0,0013	0,002				
ULPL	0,0021	0,0006	0,0025	-0,0005	0,0015	0,0039				
VLEN	0,0008	0,0015	-0,0006	-0,0005	0,0019	0,0174				
JDPL	0,0011	-0,0006	0,0014	-0,0001	-0,0012	-0,0022				

PORTFELJ										
OČEKIVANI PRINOS										=SUMPRODUCT(E3:E17;C3:C17)
STANDARDNA DEVIJACIJA										=SQRT(SUMPRODUCT(E3:E17;MMULT(C24:Q38;E3:E17)))
CILJANA STANDARDNA DEVIJACIJA										4,00%

Slika 7: Zaslون dodatka Solver (Izvor: vlastita izrada autorice)

Tablica 11. prikazuje sve moguće portfelje koji su dobiveni optimizacijom. Standardna devijacija određena je proizvoljno, i taj se iznos mijenja kako bi se došlo do više mogućih rješenja.

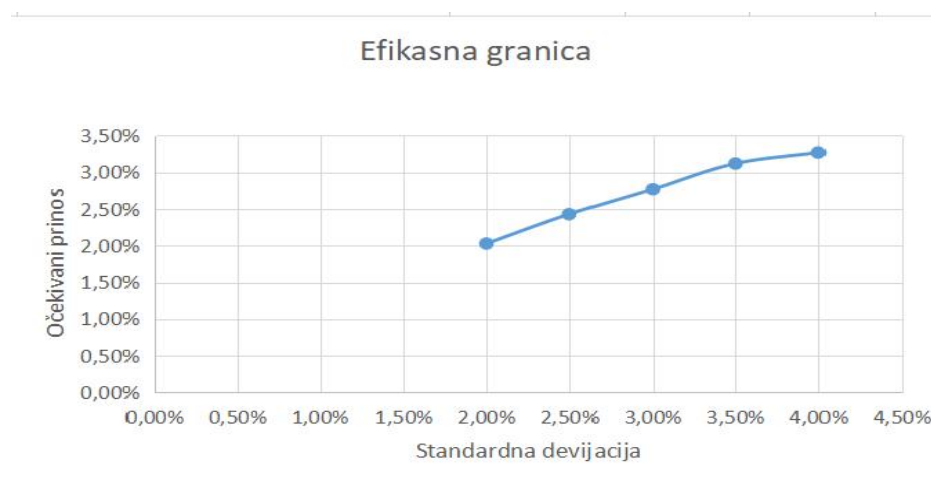
Nakon tablice, Grafikonom 2. prikazana je efikasna granica.

Tablica 11: Rezultati iz Solvera

Rezultati iz Solver-a																	
SCENARIJ	Standardna devijacija	Očekivani prinos	Težine														
			w[RIVP]	w[KOEI]	w[ZABA]	w[PLAG]	w[HPB]	w[ATPL]	w[SPAN]	w[TPNG]	w[INGR]	w[LKPC]	w[DLKV]	w[SAPN]	w[ULPL]	w[VLEN]	w[JDPL]
A	2,00%	2,03%	0,0000	0,0000	0,1556	0,2587	0,2862	0,0000	0,2994	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
B	2,50%	2,43%	0,0000	0,0000	0,0717	0,1940	0,3966	0,0000	0,3378	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
C	3,00%	2,77%	0,0000	0,0000	0,0033	0,1337	0,4904	0,0000	0,3726	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
D	3,50%	3,12%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0091	0,5715	0,0000	0,4195	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
E	4,00%	3,27%	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6676	0,0000	0,3324	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

(Izvor: vlastita izrada autorice prema podacima iz Solvera)

Grafikon 2: Efikasna granica temeljem maksimalnog prinosa



(Izvor: vlastita izrada autorice)

5. Zaključak

Cilj završnog rada bio je konstruirati efikasnu granicu na hrvatskom dioničkom tržištu primjenom Markowitzeve moderne teorije portfolija.

Tržište kapitala sastavni je dio financijskog tržišta i od velikog je značaja za poslovanje poduzeća, ali i za cjelokupno gospodarstvo. Sudionici tržišta kapitala u Republici Hrvatskoj su ulagatelji u financijske instrumente (građani, trgovačka društva, kreditne institucije i dr.), posrednici u trgovini (investicijska društva, kreditne institucije i dr.), izdavatelji financijskih instrumenata (kompanije koje nude financijske instrumente radi trgovanja), Središnje klirinško depozitarno društvo d.d. Zagreb te Zagrebačka burza d.d.

Tržište kapitala u Republici Hrvatskoj stvoreno je 1991. godine kada su dva osiguravajuća društva i 25 banaka utemeljili središnje mjesto trgovanja vrijednosnim papirima, točnije Zagrebačku burzu. Od samih početaka ono je bilo slabije razvijeno te prilično nelikvidno i postojala je velika nadmoć banaka nad ostalim kreditnim institucijama. Najvažnije institucije hrvatskog tržišta kapitala su Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga, Središnje klirinško depozitarno društvo i Zagrebačka burza.

Modernu teoriju portfolija osmislio je Harry Max Markowitz 1952. godine, a zasniva se na povezanosti dviju komponenti, rizika i prinosa, uz ostvarivanje redukcije rizika. Glavni cilj ovog modela jest pronaći efikasan portfelj, tj. portfelj koji uz minimalnu varijancu, tj. minimalan rizik donosi što je moguće veću stopu prinosa. Efikasnu granicu moguće je formirati temeljem dva pristupa, pristupom minimalne varijance i pristupom maksimalnog prinosa. Kod prvog pristupa postavlja se željena stopa prinosa, te se za taj prinos traži minimalna varijanca, tj. minimalan rizik, a drugim pristupom želi se, uz prihvatljivu razinu rizika, doći do maksimalnog prinosa.

Dionice koje su korištene za konstruiranje efikasne granice u ovom radu su dionice koje su u sastavu CROBEX- a. Za prvotni uzorak bile su izabrane 22 dionice, no za daljnje određivanje portfelja izabrane su samo one s pozitivnim prinosima, točnije 15 dionica. Nakon što su izdvojene dionice s pozitivnim prinosima, na temelju njihovih prosječnih dnevnih cijena, izračunate su prosječne mjesečne cijene za mjesec od srpnja 2021. godine do srpnja 2022. godine. Potom su na temelju istih kalkulirali očekivani prinos dionica, standardna devijacija, odnosno varijanca te matrica varijanci i kovarijanci koja je izračunata temeljem matrice A koju čine razlike mjesečnih prinosa i očekivanih mjesečnih prinosa dionica s pozitivnim prinosima.

Nakon toga su provedbom postupka optimizacije korištenjem Data Solvera u Excelu formirani efikasni portfelji pristupom minimalne varijance te pristupom maksimalnog prinosa.

Na temelju proizvoljno određenog ciljanog očekivanog prinosa kod pristupa minimalne varijance odnosno proizvoljno određene ciljane standardne devijacije kod pristupa maksimalnog prinosa određeno je po pet efikasnih portfolija pomoću kojih su formirane pripadajuće efikasne granice.

Na temelju provedene analize može se zaključiti da je moguće primijeniti Markowitzev model na hrvatsko tržište kapitala, no prinosi pojedinih dionica, zbog, između ostalog, slabije razvijenosti tržišta, neće ponuditi značajan prinos. Činjenica da su za analizu odabrane dionice koje su u sastavu indeksa CROBEX, tj. dionice s najvećom tržišnom kapitalizacijom, te dobiveni rezultati koji ukazuju da, s jedne strane, efikasni portfoliji proizvoljno određenog ciljnog rizika ne rezultiraju značajnim prinosima odnosno, s druge strane, efikasni portfoliji proizvoljno određenog ciljnog prinosa nisu dostizivi, potvrđuju da hrvatsko tržište kapitala ne nudi povoljne prilike za investiranje.

Popis literature

- [1] Aljinović Z, Marasović B, Šego B (2008). *Financijsko modeliranje*, str. 136-140
- [2] Benić V., Franić I. (2008). *Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala Hrvatske i zemalja regije, Financijska teorija i praksa*, str. 481
- [3] Sunajko, G. (2011). Poučavanje. U *Ekonomski leksikon*. Čakovec: Zrinski d.d.
- [4] Frank J. Fabozzi, Harry M. Markowitz (2011). *The Theory and Practice of Investment Management: Asset Allocation, Valuation, Portfolio Construction, and Strategies*, str. 53.
- [5] Grubišić Šeba, M. (2017). 20 Years of the Croatian Capital Market. *Zagreb International Review of Economics & Business*, 20 (SCI), 41.-58. Preuzeto 23.7.2022. s <https://www.sciendo.com/article/10.1515/zireb-2017-0004>
- [6] Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga (2018). Preuzeto 25.7.2022. s <https://www.hanfa.hr/trziste-kapitala/mjesta-trgovanja/multilateralna-trgovinska-platforma/>
- [7] Jakšić S. (2007). *Primjena Markowitzove teorije na tržište dionica Zagrebačke burze*. Preuzeto 22.6.2022. s 41343 (srce.hr)
- [8] Jerončić M., Aljinović Z., (2011). *Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija*, str. 585
- [9] Klačmer Čalopa M., Cingula M. (2012). *Financijske institucije i tržište kapitala*, str. 64-65.
- [10] Leko V. (2012). *Financijske institucije i tržišta I*, str. 122-187.
- [11] Marasović, B. (2016). Model za rebalans portfelja s uključenim transakcijskim troškovima i donjom poluapsolutnom devijacijom kao mjerom rizika. *Ekonomski misao i praksa*, (2), 515-534. Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/171475>
- [12] Markowitz H. (1952). *Portfolio Selection, The Journal of Finance*, str. 77-91.
- [13] Orsag S. (2015). *Investicijska analiza*, str. 100-321.
- [14] Orsag S. (2015). *Poslovne financije*, str. 278.
- [15] Orsag, S., Dedi, L. (2014). *Tržište kapitala. Udžbenik za ekonomske škole*. Zagreb: Alka script d.o.o.
- [16] Orsag, S. (2011). *Vrijednosni papiri: Investicije i instrumenti financiranja*, str. 31-39
- [17] Orsag, S. (2003). *Vrijednosni papiri*. Sarajevo: Revicon
- [18] Perak, S. (2017). *Prinosi i rizici dionica na tržištu kapitala Republike Hrvatske* (završni rad). Ekonomski Fakultet, Split, Sveučilište u Splitu
- [19] Pirija M. (2017). *Tržište kapitala u Republici Hrvatskoj*. Preuzeto 19.4.2022. s [view \(unist.hr\)](http://unist.hr)
- [20] Radić, M. (2017). *Formiranje optimalnog portfelja - Primjer hrvatskog dioničkog tržišta u kontekstu pristupanja Europskoj Uniji* (diplomski rad). Ekonomski fakultet, Split, Sveučilište u Splitu.

- [21] Sabolić D. (2013). *Suvremena teorija portfelja i CAMP model*, str. 225
- [22] Svilokos, Šuman Tolić (2017). *Osnove financija*, str. 139
- [23] Škrinjarić, T., Šostarić, N. (2014). *Komplementarnost metodologije Markovljevih lanaca i Markowitzeva modela optimizacije portfelja*. Ekonomska misao i praksa, (1), 353-370.
Preuzeto s <https://hrcak.srce.hr/123496>
- [24] Tipurić D., Cingula M., Klačmer Čalopa M., Aleksić A. (2008), *Korporativno upravljanje*, str. 260
- [25] Tomić - Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B. (2006). *Matematički modeli u financijskom upravljanju*. Split, Ekonomski fakultet u Splitu
- [26] Van Horne, J. C. (1997). *Financijsko upravljanje i politika*. Zagreb: MATE.
- [27] Zagrebačka burza (bez dat.) Preuzeto 17.6.2022. s Povijest do 1945. (zse.hr)
- [28] Zagrebačka burza (bez dat.) Preuzeto 20.6. 2022. s Novija povijest (zse.hr)
- [29] Zagrebačka burza (2022). Preuzeto 25.7.2022. s Burzovni indeksi (zse.hr)
- [30] Zakon o tržištu vrijednosnih papira NN84/2002. Preuzeto 20.7.2022. s https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2002_07_84_1390.html
- [31] Živković, S. (2005). Formiranje optimalnog portfolija hrvatskih dionica i mjerenje tržišnog rizika primjenom VaR metode (magistarski rad). Ekonomski fakultet Ljubljana, Ljubljana.

Popis slika

Slika 1 : Efikasna granica (Izvor; Orsag, 2015, str. 285).....	7
Slika 2 : Kretanje Crobexa u zadnjih 6 mjeseci (Izvor: ZSE, 2022).....	18
Slika 3 : Kretanje Crobisa u zadnjih 6 mjeseci (Izvor: ZSE, 2022).....	18
Slika 4 : Početni zaslon s formulama (Izvor: vlastita izrada autorice).....	29
Slika 5 : Zaslon dodatka Solver (Izvor: vlastita izrada autorice).....	31
Slika 6 : Početni zaslon s formulama (Izvor: vlastita izrada autorice).....	34
Slika 7 : Zaslon dodatka Solver (Izvor: vlastita izrada autorice).....	35

Popis tablica

Tablica 1 : Sastavnice CROBEX indeksa	20
Tablica 2 : Prosječne mjesečne cijene	21
Tablica 3 : Mjesečni prinosi dionica	22
Tablica 4 : Kvadrati odstupanja mjesečnih prinosa od očekivanih prinosa dionica	23
Tablica 5 : Očekivani mjesečni prinosi, varijance i standardne devijacije	24
Tablica 6 : Mjesečni prinosi dionice s pozitivnim očekivanim mjesečnim prinosima	25
Tablica 7 : Razlike mjesečnih prinosa i očekivanih mjesečnih prinosa dionica s pozitivnim prinosima (matrica A)	26
Tablica 8 : Matrica varijanci i kovarijanci	27
Tablica 9 : Koeficijenti korelacije	28
Tablica 10 : Rezultati iz Solvera	32
Tablica 11 : Rezultati iz Solvera	36

Popis grafikona

Grafikon 1 : Efikasna granica temeljem minimalne varijance	33
Grafikon 2 : Efikasna granica temeljem maksimalnog prinosa	36