

Prepoznavanje lica primjenom SVD dekompozicije

Šokec, Tajana

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Organization and Informatics / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:211:352891>

Rights / Prava: [Attribution-ShareAlike 3.0 Unported](#)/[Imenovanje-Dijeli pod istim uvjetima 3.0](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**



Repository / Repozitorij:

[Faculty of Organization and Informatics - Digital Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE
VARAŽDIN**

Tajana Šokec

**PREPOZNAVANJE LICA PRIMJENOM SVD
DEKOMPOZICIJE**

DIPLOMSKI RAD

Varaždin, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE
V A R A Ź D I N

Tajana Šokec

Matični broj: 46339/17–R

Studij: Informacijsko i programsko inženjerstvo

PREPOZNAVANJE LICA PRIMJENOM SVD DEKOMPOZICIJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Bojan Žugec

Varaždin, rujan 2019.

Tajana Šokec

Izjava o izvornosti

Izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristio drugim izvorima osim onima koji su u njemu navedeni. Za izradu rada su korištene etički prikladne i prihvatljive metode i tehnike rada.

Autorica potvrdila prihvaćanjem odredbi u sustavu FOI-radovi

Sažetak

Prepoznavanje lica je postupak identifikacije osobe sa slike ili video zapisa od strane računala. SVD je skraćenica za singularnu dekompoziciju matrica (engl.: Singular Value Decomposition) što je faktorizacija matrice $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ na $C = U\Sigma V^T$ gdje su $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$ i $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ortogonalne matrice čije stupce nazivamo lijevim i desnim singularnim vektorima. Σ je dijagonalna matrica čije su vrijednosti na dijagonali $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(m,n)}$. Te vrijednosti na dijagonali matrice Σ zovemo singularnim vrijednostima i za njih vrijedi $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\min\{m,n\}}$. Prepoznavanje lica uz pomoć SVD-a temelji se na vektorskom prostoru lica i smještanja vektorskog oblika slika lica u taj prostor. Prostor i koordinate vektora u prostoru računaju se uz pomoć SVD-a. Ako se vektori nekih slika lica nalaze dovoljno blizu jedan drugom u prostoru lica, pretpostavka je da se na njima nalazi ista osoba. Ovaj rad je podijeljen na teorijski i praktični dio. U teorijskom dijelu proučeno je općenito prepoznavanje lica, SVD i prepoznavanje lica pomoću SVD-a. Praktični dio rada sastoji se od primjene teorijskog na implementaciju prepoznavanja lica pomoću SVD-a. Opisana je korištena tehnologija i korišteni setovi podataka sa slikama lica, ključne metode u programskom rješenju i način modeliranja programskog rješenja. Na kraju su prikazani i proučeni rezultati dobiveni implementiranim postupkom prepoznavanja lica pomoću SVD-a.

Ključne riječi: SVD; singularna dekompozicija matrica; prepoznavanje lica; procesuiranje slika; Python;

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Prepoznavanje lica	2
2.1. Taksonomija prepoznavanja lica	2
2.2. Primjene prepoznavanja lica	4
3. Singularna dekompozicija matrica	5
3.1. Svojstva SVD-a	6
3.2. Primjer računanja SVD-a zadane matrice	6
4. Opis primjene SVD-a u prepoznavanju lica	8
4.1. Postupak prepoznavanja lica primjenom SVD-a	11
4.2. Grafička vizualizacija postupka prepoznavanja lica	13
5. Opis implementacije prepoznavanja lica pomoću SVD-a	16
5.1. Opis setova podataka sa slikama lica	16
5.1.1. Yale set podataka sa slikama lica	17
5.1.2. JAFFE set podataka sa slikama lica	18
5.1.3. Senthil set podataka sa slikama lica	19
5.2. Opis korištenih tehnologija	20
5.3. Opis programskog rješenja	21
5.4. Prepoznavanje jednog novog lica nad zadanim podacima za treniranje	24
5.5. Prepoznavanje lica na različitim podacima za treniranje	28
5.5.1. Prepoznavanje lica na nasumičnim podacima za treniranje	29
5.5.2. Prepoznavanje lica na promišljenim podacima za treniranje	34
5.5.3. Prepoznavanje lica na usporednim podacima za treniranje	38
5.5.4. Analiza rezultata	40
6. Zaključak	41
Popis literature	43
Popis slika	45
Popis popis tablica	46

1. Uvod

Određeni zadatak čovjek i računalo obaviti će na različite načine. Stoga, težina obavljanja određenog zadatka za čovjeka i računalo nije jednaka. Tako je, npr., računalo jednostavnije i prirodnije pomnožiti dva peteroznamenasta broja nego prosječnom čovjeku bez tehničkih pomagala i to će učiniti brže i točnije. Nasuprot tome, razgovarati, donositi odluke, prepoznati objekte ili lica uglavnom je puno je jednostavnije i prirodnije čovjeku nego računalu. [1] Softverska implementacija upravo tih osobina, koje su prirodnije čovjeku nego računalu, naziva se umjetna inteligencija (engl.: *Artificial Intelligence - AI*), a danas doživljava izvanredan i naizgled iznenađan napredak koji je zapravo utemeljen na desetljećima istraživanja i razvoja tehnologije. [2]

Kako napreduje disciplina umjetne inteligencije tako s njom napreduju i vezane discipline te različita potpodručja od kojih je jedno i prepoznavanje lica (engl.: Face Recognition). Prepoznavanje lica je postupak identifikacije lica u digitalnom obliku (slika ili video zapis) od strane računala. Nagli napredak prepoznavanja lica dogodio se zahvaljujući aktivnom istraživanju algoritama za prepoznavanje lica i metoda za evaluaciju postupka prepoznavanja lica te dostupnosti velikih baza podataka za pohranjivanje većeg broja slika lica. [3]

Metoda prepoznavanja lica korištena u ovom radu naziva se prepoznavanje lica uz pomoć singularne dekompozicije matrice (engl.: Singular Value Decomposition - u nastavku SVD). SVD je faktorizacija matrice $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ na $C = U\Sigma V^T$ gdje su $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$ i $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ortogonalne matrice čije stupce nazivamo lijevim i desnim singularnim vektorima. Σ je dijagonalna matrica čije su vrijednosti na dijagonali $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(m,n)}$. Te vrijednosti na dijagonali matrice Σ zovemo singularnim vrijednostima i za njih vrijedi $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\min\{m,n\}}$. Prepoznavanje lica uz pomoć SVD-a temelji se na vektorskom prostoru lica i smještanja vektorskog oblika slika lica u taj prostor. Prostor i koordinate vektora u prostoru računaju se uz pomoć SVD-a. Ako se vektori nekih slika lica nalaze dovoljno blizu jedan drugom u prostoru lica, pretpostavka je da se na tim slikama lica nalazi ista osoba. Prilikom prepoznavanja lica ovom metodom na rezultat znatno može utjecati ugao snimanja ili slikanja lica, pozicija svjetla u odnosu na lice, podloga iza lica, mimika lica ili pak prisutnost naočala i estetskih dodataka na licu, što dodatno otežava zadatak prepoznavanja lica računalu.

Ovaj rad je podijeljen na teorijski i praktični dio. U teorijskom dijelu proučeno je općenito prepoznavanje lica, SVD i prepoznavanje lica pomoću SVD-a. Praktični dio rada sastoji se od primjene teorijskog na implementaciju prepoznavanja lica pomoću SVD-a. Opisana je korištena tehnologija i korišteni setovi podataka sa slikama lica, ključne metode u programskom rješenju i način modeliranja programskog rješenja. Na kraju su prikazani i proučeni rezultati dobiveni implementiranim postupkom prepoznavanja lica pomoću SVD-a.

2. Prepoznavanje lica

Biometrija je metoda identifikacije na temelju fizičkih osobina ili ponašanja. Neke od metoda biometrije su identifikacija pomoću prepoznavanja glasa, otiska prsta, šarenice oka, vlastoručnog potpisa. Jedna od metoda biometrije je i prepoznavanje lica što je ujedno i tema ovog rada.

Prepoznavanje lica je postupak identifikacije osobe sa slike ili video zapisa od strane računala, a ima dodirnih točaka s različitim disciplinama računalnih znanosti. Osim s umjetnom inteligencijom, kako je već spomenuto u uvodu, prepoznavanje lica može biti manje ili više povezano s još jednom popularnom disciplinom, strojnim učenjem (engl.: Machine Learning). Prepoznavanje lica možemo nazvati strojnim učenjem samim time što se mora temeljiti na nekom setu slika lica iz kojeg računalo mora "naučiti" lica kako bi moglo prepoznati novo lice. U strojnom učenju takvi setovi podataka iz kojih računalo "uči" nazivaju se podaci za treniranje (engl.: Training Sets). Strojno učenje može biti još izraženije ako računalni programi mogu prepoznavati lica koja s vremenom stare. Takvi programi "uče", ne samo prilikom pokretanja, već i za vrijeme rada tako da im ulazne informacije za izvršavanje zadatka služe kao dodatni podaci za treniranje. Prepoznavanje lica povezano je i s računalnim vidom (engl.: Computer Vision). Računalni vid je također popularna disciplina u kojoj se pokušava imitirati ljudski sustav za vid da bi se računalu omogućilo razumijevanje informacija na slikama i video zapisima što se događa i prilikom prepoznavanja lica.

2.1. Taksonomija prepoznavanja lica

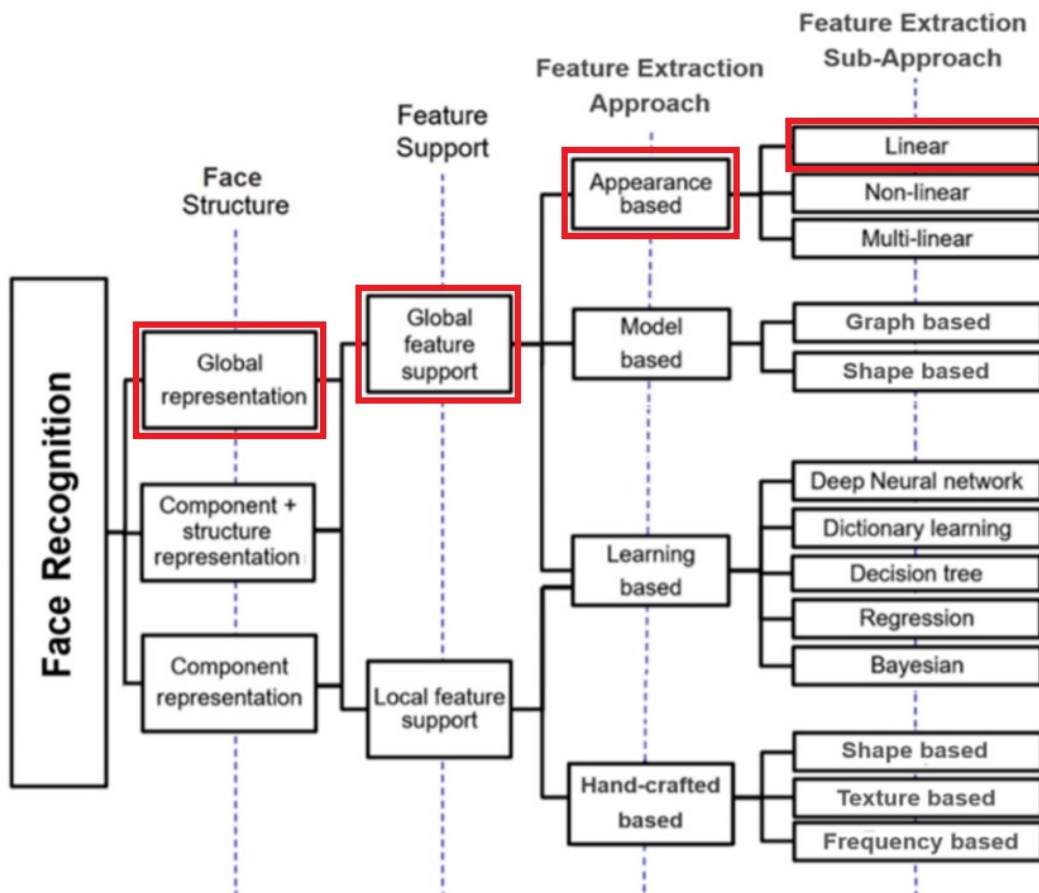
Osim prepoznavanja lica pomoću SVD-a postoji još metoda prepoznavanja lica koje se međusobno razlikuju prema dijelovima lica koji se promatraju, načinu promatranja lica i ekstrahiranju značajki lica te korištenim tehnikama i algoritmima. Na slici 1 nalazi se prijedlog taksonomije metoda za prepoznavanje lica prema [4]. Na slici su crveno označeni dijelovi taksonomije koji se odnose na metodu prepoznavanja lica pomoću SVD-a.

Na prvoj razini taksonomije prepoznavanja lica nalazi se struktura lica (engl.: Face Structure). Ova razina taksonomije odnosi se na način pristupa strukturi lica. Tako se prilikom prepoznavanja lica može promatrati (1) cijelo lice (engl.: Global representation), (2) komponente lica i međusobni položaj tih komponenata (engl.: Component + structure representation) ili pak (3) samo komponente lica (engl.: Component representation). Komponente lica mogu biti usne, oči, nos i sl. Prepoznavanje lica pomoću SVD-a ne izdvaja komponente lica već promatra lice u cijelosti. Štoviše, tijekom prepoznavanja lica pomoću SVD-a promatra se slika lica u cijelosti tako da na rezultat prepoznavanja lica utječe čak i podloga na slici.

Druga razina taksonomije su značajke podržanih regija (engl.: Feature Support). Podržavana regija može biti cijelo lice ili komponente lica. Značajke podržanih regija mogu biti (1) globalne (engl.: Global feature support) ili (2) lokalne (engl.: Local feature support). Ako je značajka globalna znači da se podržavana regija promatra u cijelosti dok se kod lokalne značajke podržavana regija dijeli u manje regije i tako promatra prilikom prepoznavanja lica. Dakle,

prilikom prepoznavanja lica može se promatrati globalno cijelo lice, lokano cijelo lice, globalno komponente lica ili lokalno komponente lica. Prepoznavanje lica pomoću SVD-a podržavanu regiju cijelog lica promatra globalno.

Treća razina taksonomije je pristup ekstrahiranju reprezentativnih značajki (engl.: Feature Extraction Approach). Reprezentativne značajke se iz podržanih regija mogu ekstrahirati (1) na temelju izgleda (engl.: Appearance based) tako da se značajke dobivaju korištenjem statičkih transformacija podataka, (2) na temelju modela (engl.: Model based) gdje se značajke dobivaju na temelju geometrijskih karakteristika lica, (3) na temelju učenja (engl.: Learning based) gdje se značajke dobivaju modeliranjem i učenjem na temelju ulaznih podataka i (4) na temelju ručno izrađenih značajki (engl.: Hand-crafted based) gdje se značajke dobivaju iz unaprijed odabranih elementarnih karakteristika. Prepoznavanje lica pomoću SVD-a koristi pristup na temelju izgleda i to linearni (engl.: Linear) koji ekstrahira reprezentativne značajke linearnim preslikavanjem iz višedimenzionalnog prostora u nižedimenzionalni prostor o čemu će više riječi biti kasnije.



Slika 1: Taksonomija prepoznavanja lica s označenim pristupima za prepoznavanje lica pomoću SVD-a (Napravljeno prema: [4])

2.2. Primjene prepoznavanja lica

Nedavno su se na tržištu pojavili tzv. pametni mobilni uređaju (engl.:Smartphones) koji imaju mogućnost prepoznavanja svojih korisnika prema njihovom licu. Prepoznavanje lica tako je zamijenilo kratke zaporke, crtanje po ekranu pa i prepoznavanje otiska prsta prilikom otključavanja mobilnog uređaja. Tako npr., prema [5] Apple mobilni uređaji koriste novu tehnologiju za otključavanje mobilnih uređaja koja se naziva Face ID. Face ID koristi precizne kamere za snimanje lica kako bi se izradila detaljna karta i infracrvena slika na temelju više od trideset tisuća točaka na korisnikovom licu. Osim za otključavanje mobilnih uređaja prepoznavanje lica kod mobilnih uređaja koristi se i za upravljanje fotografijama. Neki mobilni uređaji tako imaju mogućnost grupiranja fotografija na kojima se nalazi ista osoba.

Prepoznavanje lica koristi se i u borbi protiv kriminala. Sustav Next Generation Identification (NGI), razvijen od strane Federal Bureau of Investigation organizacije (FBI-a), je najveće elektroničko spremište biometrijskih podataka o kriminalističkoj povijesti na svijetu. Između ostalog, pruža mogućnost automatskog prepoznavanja lica. Ovlaštena osoba za dokaznu sliku na kojoj se nalazi neko lice može dobiti popis sumnjivih osoba na temelju više od 30 milijuna video zapisa i slika kriminalnih radnji iz prošlosti. [6]

Prepoznavanje lica danas se koristi i na mnogim svjetskim aerodromima za brzu i sigurnu provjeru identiteta putnika te suzbijanje ilegalne imigracije. Tako npr., australijska carina, Australian Border Force, prepoznavanje lica koristi u svojoj tehnologiji SmartGates uz pomoć koje se identificira putnik skeniranjem lica i pokušajem prepoznavanja skeniranog lica u elektroničkoj putovnici (ePassport). [7] Slična tehnologija korištena na aerodromu u Atlanti prikazana je na slici 2.



Slika 2: Tehnologija za biometrijsko skeniranje na aerodromu u Atlanti [8]

3. Singularna dekompozicija matrica

Singularna dekompozicija matrica, ili SVD kako je spomenuto u uvodu, je dekompozicija koja se koristi u numeričkoj linearnoj algebri. Osim na prepoznavanje lica, o čemu će se govoriti u nastavku rada, SVD se može primijeniti kod drugih vrsta procesuiranja slika kao što su kompresija slika [9] [10] i prepoznavanja rukom pisanih znamenaka [11] [12].

Rezultat provođenja SVD-a nad realnom matricom C su produkti $U\Sigma V^T$ gdje su U i V ortogonalne matrice, a Σ je dijagonalna matrica s pozitivnim vrijednostima na dijagonali. Slijedi teorem o SVD-u.

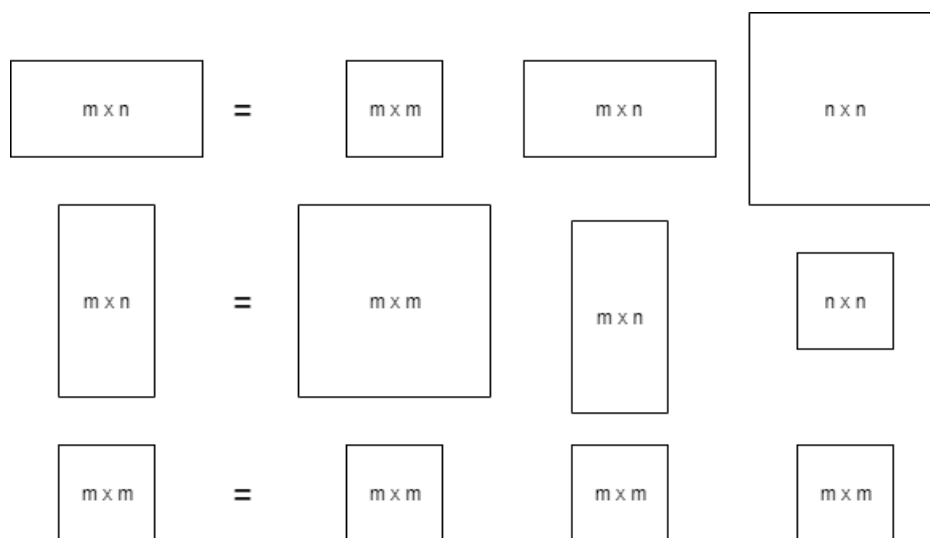
Teorem 1 *Ako je $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tada postoje ortogonalne matrice $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$ i $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ takve da vrijedi:*

$$C = U\Sigma V^T \tag{3.1}$$

gdje je $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}$ dijagonalna matrica s vrijednostima na dijagonali $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(m,n)}$ tako da vrijedi $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\min(m,n)} \geq 0$.

Brojeve $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(m,n)}$ zovemo singularnim vrijednostima matrice C , stupce matrice U zovemo lijevim singularnim vektorima, a stupce matrice V zovemo desnim singularnim vektorima matrice C .

Na slici 3 nalazi se skica dimenzija matrica u SVD-u. Možemo primijetiti da su matrice C i Σ jednakih dimenzija te da su U i V kvadratne matrice. Ako je $m < n$ matrica U je manjih dimenzija od V , a ako je $m > n$ matrica U je većih dimenzija od V . Ako je C kvadratna matrica, U, Σ i V su također kvadratne matrice, sve istog tipa.



Slika 3: Skica dimenzija matrica kod SVD-a

3.1. Svojstva SVD-a

Neka od svojstava SVD-a koja su važna u nastavku rada su:

1. Za svaku matricu $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ postoji singularna dekompozicija $C = U\Sigma V^T$.
2. Singularne vrijednosti $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(m,n)}$ su jednoznačno određene, ali matrice U i V nisu.
3. Za $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ i njenu singularnu dekompoziciju $C = U\Sigma V^T$ vrijedi $\sigma_i u_i = C v_i$ za $i = 1, 2, \dots, r$ gdje je r rang matrice C .
4. Svojevrsne vrijednosti matrice $C^T C$ su ujedno kvadrirane singularne vrijednosti matrice C .

To slijedi iz jednadžbe $C^T C = V\Sigma^T \Sigma V^T$ u kojoj vidimo da su $C^T C$ i $\Sigma^T \Sigma$ slične matrice, a slične matrice imaju iste svojevrsne vrijednosti.

5. Iz jednadžbe $C^T C = V\Sigma^T \Sigma V^T$ vidimo da V dijagonalizira $C^T C$ pa su v_i svojevrsni vektori od $C^T C$.
6. Iz jednadžbe $CC^T = U\Sigma \Sigma^T U^T$ vidimo da U dijagonalizira CC^T pa su u_i svojevrsni vektori od CC^T .
7. Ako matrica $C \in \mathbb{C}^{m \times n}$ ima r singularni vrijednosti različitih od nule, vrijedi $\text{rang}(C) = r$.
8. Ako matrica C ima rang r tada je $\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$ ortonomirana baza vektorskog prostora razapetog nad stupcima matrice A^T , a $\{u_1, u_2, \dots, u_r\}$ je ortonomirana baza vektorskog prostora razapetog stupcima matrice A .

3.2. Primjer računanja SVD-a zadane matrice

U ovom poglavlju pokazat ćemo primjer izračunavanja SVD-a za matricu

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}.$$

Prema četvrtom svojstvu iz prethodnog poglavlja možemo vidjeti da singularne vrijednosti možemo dobiti iz matrice $C^T C$ pa najprije treba izračunati matricu $C^T C$ i njezine svojevrsne vrijednosti.

$$C^T C = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61 & 27 \\ 27 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\det(C^T C - \lambda I) = \begin{vmatrix} 61 - \lambda & 27 \\ 27 & 13 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 74\lambda + 64 = (\lambda - 73.124784)(\lambda - 0.875216)$$

Svojtvene vrijednosti matrice $C^T C$ su 73.124784 i 0.875216, korijeni tih svojstvenih vrijednosti su singularne vrijednosti pa dobivamo matricu Σ .

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sqrt{73.124784} & 0 \\ 0 & \sqrt{0.875216} \end{bmatrix}$$

Prema petom svojstvu iz prethodnog poglavlja treba izračunati svojstvene vektore matrice $C^T C$ da bismo dobili matricu V . Svojtvene vektore v_1 i v_2 dobit ćemo rješavanjem jednadžbi $C^T C \vec{v}_1 = \lambda_1 \vec{v}_1$ i $C^T C \vec{v}_2 = \lambda_2 \vec{v}_2$ te ih normirati da bismo dobili stupce matrice V .

$$\begin{bmatrix} 61 & 27 \\ 27 & -13 \end{bmatrix} \vec{v}_1 = 73.124784 \vec{v}_1$$

$$\begin{bmatrix} 61 & 27 \\ 27 & -13 \end{bmatrix} \vec{v}_2 = 0.875216 \vec{v}_2$$

Rješavanjem jednadžbi dobiveni su vektori $\vec{v}_1 = (2.226844, 1)$ i $\vec{v}_2 = (0.449066, 1)$. Normiranjem dobivamo vektore $\vec{v}_1 = (0.912240, 0.409656)$ i $\vec{v}_2 = (-0.409656, 0.912240)$ koje zatim možemo zapisati kao stupce matrice V .

$$V = \begin{bmatrix} 0.912240 & -0.409656 \\ 0.409656 & 0.912240 \end{bmatrix}$$

Sličnim postupkom, koristeći CC^T umjesto $C^T C$ prema šestom svojstvu iz prethodnog poglavlja, dobili bismo matricu U , no u ovoj situaciji brže ćemo matricu U dobiti uz pomoć trećeg svojstva iz prethodnog poglavlja. Dakle, prema formuli $u_i = \frac{1}{\sigma_i} C v_i$ možemo izračunati stupce matrice U .

$$u_1 = \frac{1}{\sigma_1} C v_1 = \frac{1}{\sqrt{73.124784}} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.912240 \\ 0.409656 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.677109 \\ 0.735882 \end{bmatrix}$$

$$u_2 = \frac{1}{\sigma_2} C v_2 = \frac{1}{\sqrt{0.875216}} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.409656 \\ 0.912240 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.735882 \\ -0.677109 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 0.677109 & 0.735882 \\ 0.735882 & -0.677109 \end{bmatrix}$$

Naposlijetku možemo zapisati dobivenu singularnu dekompoziciju $C = U \Sigma V^T$.

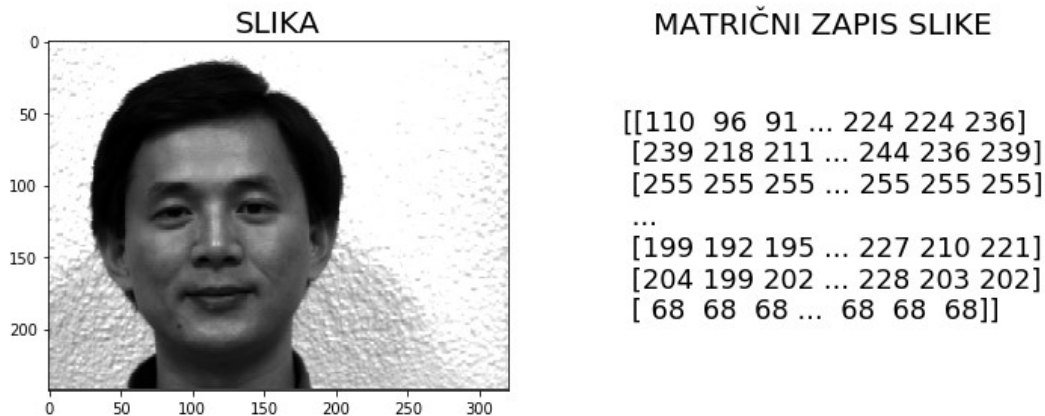
$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6771 & 0.7359 \\ 0.7359 & -0.6771 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{73.1248} & 0 \\ 0 & \sqrt{0.8752} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9122 & 0.4097 \\ -0.4097 & 0.9122 \end{bmatrix}$$

4. Opis primjene SVD-a u prepoznavanju lica

Čovjek, da bi prepoznao pojedinca, treba tog pojedinca poznavati, nekoliko puta ga vidjeti ili mu ga netko treba opisati. Što bolje čovjek pojedinca poznaje, što ga je više puta vidio ili što bolji njegov opis ima, točnije tog pojedinca može prepoznati. Isto tako i računalo treba slične informacije da bi moglo prepoznati lice. Te informacije zovu se podaci za treniranje, a mogu biti slike ili opisi pojedinaca. I naravno, što su podaci za treniranje kvalitetniji računalo će točnije prepoznavati lica.

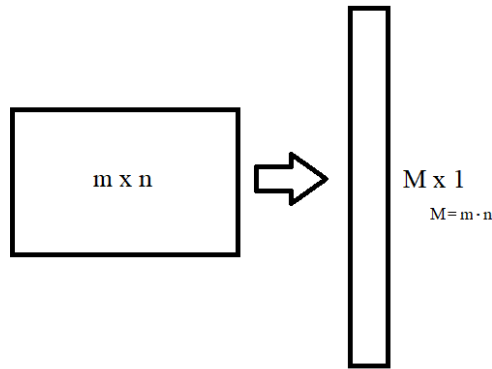
Podaci za treniranje u postupku prepoznavanja lica u ovom radu bit će slike lica nekoliko pojedinaca koje su istih dimenzija. Neka nadalje N bude broj slika lica u podacima za treniranje, a dimenzije tih slika neka budu $m \times n$. Za svakog pojedinca u podacima za treniranje nalazi se jedna ili više verzija slika njegovog lica.

Crno-bijela slika dimenzija $m \times n$ piksela je u računalnom sustavu zapisana u obliku dvodimenzionalne matrice tipa $m \times n$. Svaki element te matrice opisuje jedan piksel slike cijelim brojem u rasponu od 0 do 256 koji označava intenzitet sive boje. 0 označava crnu, a 256 bijelu boju. Na slici 4 nalazi se primjer crno-bijele slike lica i njezinog skraćenog matričnog zapisa. Dakle, slika je u računalom obliku opisana matricom na koju možemo primijeniti različite matematičke postupke što će biti i napravljeno u nastavku rada u svrhu prepoznavanja lica.



Slika 4: Slika i njezin skraćeni matrični oblik

Postupak prepoznavanja lica pomoću SVD-a temelji se na srednjem licu (engl.: *Mean Face*) podataka za treniranje koje sadrži ključne i generalne informacije o slikama lica iz podataka za treniranje. Da bismo izračunali srednje lice lica iz podataka za treniranje najprije ćemo sve slike iz podataka za treniranje pretvoriti u vektorski oblik. To znači da je matricu tipa $m \times n$ potrebno zapisati u obliku $M \times 1$ gdje je $M = m \cdot n$. Drugim riječima, svaki stupac prvobitne matrice zapisat ćemo jedan ispod drugoga, time dobiti matricu s jednim stupcem, odnosno vektorski oblik slike kako je skicirano na slici 5.



Slika 5: Skica pretvaranja matričnog oblika slike u vektorski oblik slike

Neka je f_i za $i = 1, 2, \dots, N$ vektorski oblik i -te slike u podacima za treniranje. Srednje lice \bar{f} računa se prema formuli

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i. \quad (4.1)$$

Nadalje će sve slike lica iz podataka za treniranje biti predstavljane uz pomoć srednjeg lica i to vektorima koji predstavljaju razliku između određene slike lica i srednjeg lica prema formuli $a_i = f_i - \bar{f}$ za $i = 1, 2, \dots, N$. Uz pomoć tih vektora biti će definiran vektorski prostor koji se naziva prostor lica (engl.: Face Subspace) na sljedeći način.

Neka je

$$A = [a_1 a_2 \dots a_N], \quad (4.2)$$

a rang matrice A neka je jednak r .

Prostor lica, $R(A)$, je vektorski prostor generiran stupcima matrice A . Možemo ga definirati kao uređenu četvorku $(\mathbb{R}, X^n, \oplus, \odot)$ sastavljenu od

- polja realnih brojeva \mathbb{R} nad kojim je definiran vektorski prostor,
- skupa vektora koji se sastoji od uređenih n -torki

$$X^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) : x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}\}$$

takvih da je $n = r$,

- operacije zbrajanja vektora \oplus ,
- operacije množenja vektora skalarom \odot .

Ideja prepoznavanja lica je ortogonalno projicirati vektor koji predstavlja lice na vektorski prostor lica. Rezultat ovakve projekcije je koordinatni vektor koji će predstavljati poziciju određenog lica u prostoru lica, a njega ćemo izračunati na sljedeći način.

Neka je $x = (x_1, x_2, \dots, x_r)$ koordinatni vektor koji predstavlja poziciju vektorskog oblika neke slike lica f u prostoru lica $R(A)$. Prema osmom svojstvu iz poglavlja 3.1, ortonormirana

baza vektorskog prostora $R(A)$ je $\{u_1, u_2, \dots, u_r\}$ pa je na matrici A potrebno provesti postupak SVD-a kako bismo dobili ortonormiranu bazu prostora lica $R(A)$. Rekli smo da se neka slika lica f predstavlja kao razlika vektorskog oblika slike f i srednjeg lica \bar{f} pa iz jednadžbe $[u_1 u_2 \dots u_r]x = f - \bar{f}$ slijedi

$$x = [u_1 u_2 \dots u_r]^T (f - \bar{f}).$$

Uz pomoć ove formule bit će izračunati koordinatni vektori u prostoru lica za sve slike iz podataka za treniranje

$$x_i = [u_1 u_2 \dots u_r]^T (f_i - \bar{f}), \quad (4.3)$$

za $i = 1, 2, \dots, N$ gdje je f_i vektorski oblik i -te slike u podacima za treniranje, kao i koordinatni vektor nove slike lica koje treba biti prepoznato

$$x = [u_1 u_2 \dots u_r]^T (f - \bar{f}), \quad (4.4)$$

gdje je f vektorski oblike nove slike lica koje treba biti prepoznato.

Sada, kada su nam poznate pozicije vektorskih oblika slika lica u prostoru lica, moguće je izračunati međusobnu udaljenost između svaka dva lica u prostoru lica. Što je ta udaljenost manja, veća je mogućnost da se na slikama nalazi ista osoba. Zato je u postupku prepoznavanja lica potrebno izračunati udaljenost nove slike lica od svake slike lica iz podataka za treniranje. To se računa uz pomoć tzv. euklidske udaljenosti.

$$\varepsilon_i = \|x - x_i\|_2 = \sqrt{(x - x_i)^T (x - x_i)} \quad (4.5)$$

Na ovaj način je svakoj slici iz podataka za treniranje dodijeljen realan broj ε_i koji opisuje koliko je ta slika u prostoru lica udaljena od nove slike lica. U podacima za treniranje može se nalaziti više slika jednog pojedinca pa takav realan broj koji opisuje udaljenost od nove slike lica želimo dodijeliti skupu slika na kojima se nalazi određeni pojedinac. To ćemo dobiti računanjem aritmetičke sredine udaljenosti slika lica određenog pojedinca od nove slike

$$\bar{\varepsilon}_j = \frac{1}{J} \sum_{i=n}^{n+J} \varepsilon_i, \quad (4.6)$$

za $j = 1, 2, \dots, P$ gdje je P broj pojedinaca u podacima za treniranje. $\varepsilon_n, \varepsilon_{n+1}, \dots, \varepsilon_{n+J}$ su sve udaljenosti koje se odnose na istog pojedinca, pa je J ukupan broj slika pojedinca j u podacima za treniranje. Sada je svakom pojedincu dodijeljen broj ε_j koji predstavlja udaljenost od novog lica u prostoru lica. Ako je razlika između prve i druge najmanje dodijeljene udaljenosti veća od unaprijed definirane konstante ε_1 pojedinac kojem je dodijeljena najmanja udaljenost smatra se prepoznatim na novoj slici.

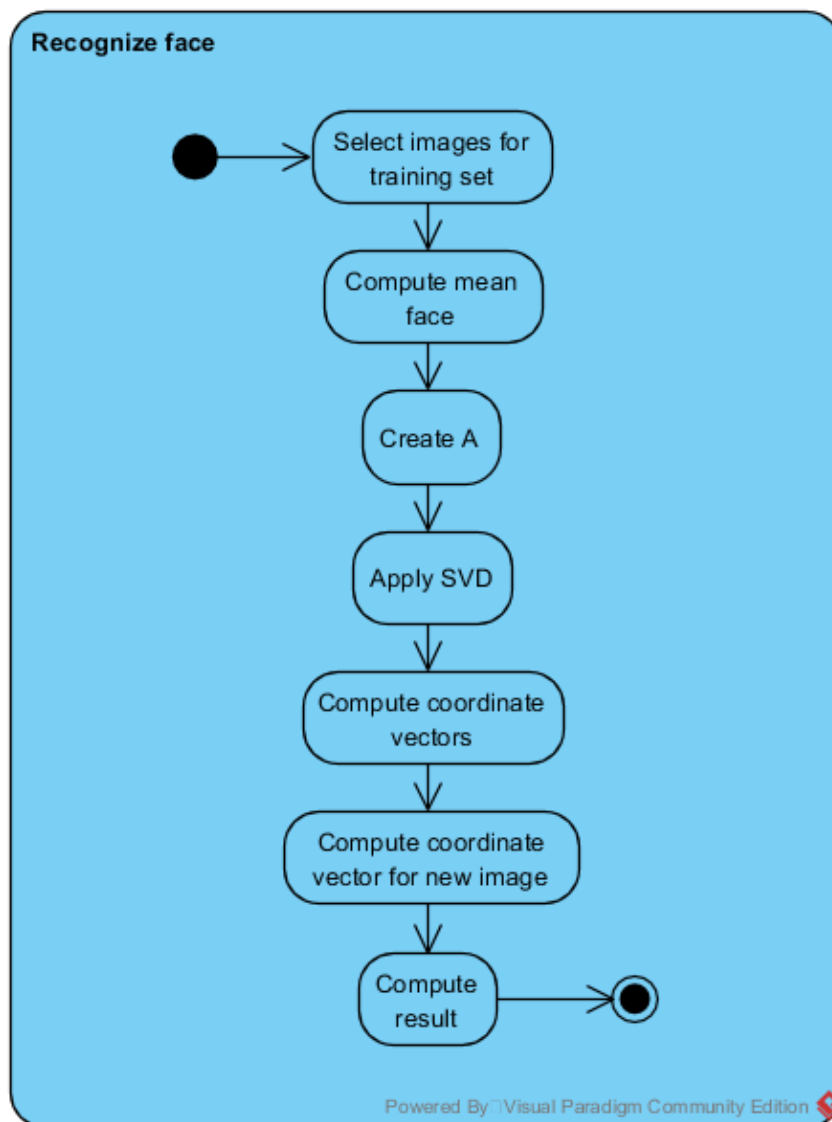
4.1. Postupak prepoznavanja lica primjenom SVD-a

Sada možemo točno definirati postupak prepoznavanja lica pomoću SVD-a koji će biti primijenjen u nastavku rada na implementaciji prepoznavanja lica.

1. Odredi set podataka za treniranje od N slika dimenzija $m \times n$ koje prikazuju različite verzije lica nekoliko pojedinaca.
2. Svaku od N slika iz podataka za treniranje pretvori u vektorski oblik slike lica f_i , za $i = 1, 2, \dots, N$ pa odredi srednje lice \bar{f} prema formuli 4.1.
3. Kreiraj matricu A prema formuli 4.2.
4. Izračunaj SVD od A .
5. Za svaku sliku iz podataka za treniranje izračunaj koordinatni vektor x_i koji opisuje položaj u prostoru lica prema formuli 4.3.
6. Za novu sliku f odrediti koordinatni vektor x koji opisuje položaj u prostoru lica prema formuli 4.4.
7. Prema formuli 4.5 izračunaj udaljenost novog lica od svih pojedinih lica iz podataka za treniranje, ε_i za $i = 1, 2, \dots, N$. Nađi aritmetičku sredinu tih udaljenosti za svakog od pojedinaca, ε_j za $j = 1, 2, \dots, P$ gdje je P broj pojedinaca u podacima za treniranje, prema formuli 4.6. Ako je razlika između prve i druge najmanje pojedincu dodijeljene udaljenosti veća od unaprijed definirane konstante ε_1 , pojedinac kojem je dodijeljena najmanja udaljenost smatra se prepoznatim na novoj slici, u suprotnom pojedinac nije prepoznat.

Ovaj postupak prepoznavanja lica primjenom SVD-a opisan je i pomoću UML¹ dijagrama aktivnosti (engl.: *Activity Diagram*) na slici 6. Na dijagramu je vidljivo kako se aktivnost prepoznavanja lica (Recognize face) sastoji od sedam akcija, po jedna za svaki korak opisanog postupka. Ta aktivnost bit će temelj za modeliranje praktičnog dijela rada.

¹UML 2.5 (engl.: *Unified Modeling Language*) - Standardizirani jezik za modeliranje na području razvoja softvera.



Slika 6: UML dijagram aktivnosti za postupak prepoznavanja lica

4.2. Grafička vizualizacija postupka prepoznavanja lica

Opisani postupak prepoznavanja lica u praktičnom dijelu rada provodit će se na velikim matricama koje opisuju stvarne slike lica. Da bismo dobili bolji osjećaj o prostoru lica, vektorima u prostoru lica koji opisuju položaje slika lica, njihovoj međusobnoj udaljenosti i prepoznavanju lica na temelju te udaljenosti postupak ćemo provesti na matricama reda 2×2 .

Recimo da se set podataka za treniranje sastoji od tri slike lica dimenzija 2×2 opisanih sljedećim matricama.

$$F_1 = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} 100 & 50 \\ 36 & 203 \end{bmatrix}, F_3 = \begin{bmatrix} 15 & 31 \\ 28 & 64 \end{bmatrix}.$$

Odredit ćemo vektorske oblike zadanih matrica, a zatim srednje lice \bar{f} .

$$f_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}, f_2 = \begin{bmatrix} 100 \\ 36 \\ 50 \\ 203 \end{bmatrix}, f_3 = \begin{bmatrix} 15 \\ 28 \\ 31 \\ 64 \end{bmatrix}$$

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 120 \\ 66 \\ 87 \\ 270 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 22 \\ 29 \\ 90 \end{bmatrix}$$

Nadalje možemo izračunati matricu A gdje je $a_i = f_i - \bar{f}$ za $i = 1, 2, 3$. i njezinu singularnu dekompoziciju $A = U\Sigma V^T$.

$$A = \begin{bmatrix} -35 & 60 & -25 \\ -20 & 14 & 6 \\ -23 & 21 & 2 \\ -87 & 113 & -26 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} -0.4366 & -0.6386 & -0.5834 & -0.2474 \\ -0.1299 & 0.6024 & -0.7083 & 0.3444 \\ -0.1783 & 0.4591 & 0 & -0.8703 \\ -0.8722 & 0.1361 & 0.3975 & 0.2505 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 166.1698 & 0 & 0 \\ 0 & 21.3913 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, V^T = \begin{bmatrix} 0.5889 & -0.7842 & 0.1953 \\ -0.5655 & -0.2272 & 0.7928 \\ 0.5774 & 0.5774 & 0.5774 \end{bmatrix}$$

Sada je moguće izračunati koordinatne vektore x_i u prostoru lica za zadane matrice prema formuli $x_i = [u_1 u_2 \dots u_r]^T (f_i - \bar{f})$. Prema svojstvu SVD-a koje govori da matrica ima rang r jednak broju njezinih singularnih vrijednosti različitih od nule znamo da je $r = 2$ pa je

$$[u_1 u_2 \cdots u_r]^T = [u_1 u_2] = \begin{bmatrix} -0.4366 & -0.1299 & -0.1783 & -0.8722 \\ -0.6386 & 0.6024 & 0.4591 & 0.1361 \end{bmatrix}.$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} -0.4366 & -0.1299 & -0.1783 & -0.8722 \\ -0.6386 & 0.6024 & 0.4591 & 0.1361 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -35 \\ -20 \\ -23 \\ -87 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 97.8613 \\ -12.0970 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} -0.4366 & -0.1299 & -0.1783 & -0.8722 \\ -0.6386 & 0.6024 & 0.4591 & 0.1361 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 60 \\ 14 \\ 21 \\ 113 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -130.3175 \\ -4.8620 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} -0.4366 & -0.1299 & -0.1783 & -0.8722 \\ -0.6386 & 0.6024 & 0.4591 & 0.1361 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -25 \\ 6 \\ 2 \\ -26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32.4562 \\ 16.9590 \end{bmatrix}$$

Recimo da matrica F predstavlja matrični zapis nove slike lica.

$$F = \begin{bmatrix} 16 & 41 \\ 22 & 54 \end{bmatrix}$$

Možemo i za novu matricu F izračunati koordinatni vektor x u prostoru lica.

$$x = \begin{bmatrix} -0.4366 & -0.1299 & -0.1783 & -0.8722 \\ -0.6386 & 0.6024 & 0.4591 & 0.1361 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -24 \\ 0 \\ 12 \\ -36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39.7380 \\ 15.9360 \end{bmatrix}$$

Sada je potrebno izračunati udaljenosti u prostoru lica između nove slike lica i svake od slike lica iz podataka za treniranje prema formuli $\varepsilon_i = \|x - x_i\|_2$.

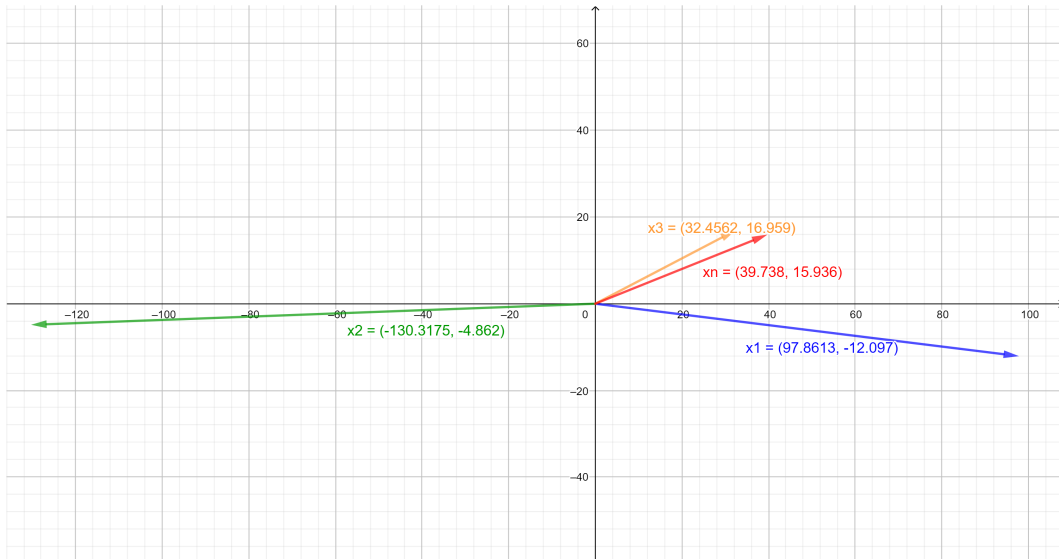
$$\varepsilon_1 = \sqrt{(x - x_1)^T (x - x_1)} = 4164.1671$$

$$\varepsilon_2 = \sqrt{(x - x_2)^T (x - x_2)} = 29351.4299$$

$$\varepsilon_3 = \sqrt{(x - x_3)^T (x - x_3)} = 54.0711$$

Udaljenost ε_3 je znatno manja od ostalih udaljenosti pa je na novoj slici prepoznat pojedinac sa slike F_3 .

Da bismo vizualizirali postupak grafički je prikazan prostor lica s koordinatnim vektorima na slici 7 u *GeoGebri*². Na grafičkom prikazu možemo i sami primijetiti da je vektor koji predstavlja novo lice (crveni vektor x_n) najbliži vektoru koji predstavlja treće lice iz podataka za treniranje (narančasti vektor x_3), dok se od ostalih vektora jače razlikuje.



Slika 7: Grafički prikaz prostora lica i koordinatnih vektora slika lica

²Online editor za crtanje grafova, dostupan na <https://www.geogebra.org/>

5. Opis implementacije prepoznavanja lica pomoću SVD-a

Ovo poglavlje odnosi se na praktični dio rada u kojem je u Python programskom jeziku implementiran prethodno opisni postupak prepoznavanja lica pomoću SVD-a. Opis praktičnog dijela rada sastoji se od opisa korištenih setova podataka sa slikama lica, tehnologije i temeljnih metoda programskog rješenja. Na kraju su prikazani rezultati postupaka prepoznavanja lica s popratnim informacijama, međurezultatima i komentarima.

5.1. Opis setova podataka sa slikama lica

Ponekad se pojmovi *podaci za treniranje* i *set podataka* mogu poistovjetiti no mi ćemo ih u nastavku rada razlikovati radi lakšeg snalaženja. Podatke za treniranje smo već definirali, a setovima podataka ćemo nazivati na Internetu dostupne baze sa slikama lica iz kojih će podaci za treniranje biti dohvaćani. Podaci za treniranje bit će podskup seta podataka. U praktičnom dijelu rada koriste se sljedeća tri seta podataka sa slikama lica.

1. Yale - set podataka sa slikama licima sa sveučilišta Yale (engl: *The Yale Face Database*) [13]
2. JAFFE - set podataka sa slikama licima Japanki (engl.: *The Japanese Female Facial Expression Database*) [14]
3. Senthil set podataka sa slikama lica [15]

Sve slike lica iz spomenutih setova podataka su crno-bijele s jednoličnom podlogom istoj na svim slikama u pojedinom setu podataka. Neke od ostalih značajki setova podataka opisane su u tablici 1. Broj pojedinaca odnosi se na broj pojedinaca prikazanih u određenom setu podataka. Broj slika po pojedincu je ukupan broj slika jednog pojedinca u određenom setu podataka. Broj tipova slika je broj vrsta slika prema izrazima lica i konfiguracijama slika (npr.: slike s tužnim izrazom lica, slike sa sretnim izrazom lica, slike s jakom svjetlošću). Te izraze lica i konfiguracije slika u nastavku ćemo nazivati tipovima slika. Dimenzija slike je dimenzija svih slika lica iz određenog seta podataka.

Tablica 1: Tablica usporedbe značajki pojedinih setova podataka sa slikama licima

Baza podataka	Broj pojedinaca	Broj slika po pojedincu	Broj tipova slika	Dimenzije slika
Yale	15	10	10	243 × 320
JAFFE	10	21-23	7	256 × 256
Senthil	5	16	nije definirano	188 × 140

5.1.1. Yale set podataka sa slikama lica

Yale set podataka sadrži 165 slika lica. Na svakoj slici nalazi se lice nekog od 15 pojedinaca. Za svakog pojedinca postoji 10 tipova slika. Nazivi datoteka slika lica u Yale setu podataka su oblika *subject_x.ekstenzija* gdje je *x* oznaka pojedinca na fotografiji iz skupa {01,02,...,15}, a *ekstenzija* sadržava opis tipa slike. Popis mogućih ekstenzija i njihov opis nalazi se tablici 2. Na slici 8 nalaze se slike nekih od lica iz Yale seta podataka s nazivom datoteke iznad svake slike lica. Po stupcima se nalaze isti pojedinci, a po recima isti tipovi slika.

Tablica 2: Popis tipova slika lica iz Yale seta podataka sa slikama licima

Opis tipa slike	Ekstenzija datoteke - tip slike
Normalan izraz lica (neutralan)	.normal
Slika s lijevo uperenim svijetlom	.left-light
Slika s desno uperenim svijetlom	.right-light
Slika s naočalama	.glasses
Slika bez naočala	.noglasses
Sretan izraz lica	.happy
Tužan izraz lica	.sad
Pospani izraz lica	.sleepy
Iznenadeni izraz lica	.surprised
Slika na kojoj pojedinac namiguje	.wink



Slika 8: Primjeri slika lica iz Yale seta podataka

5.1.2. JAFFE set podataka sa slikama lica

JAFFE set podataka sadrži 213 slika. Na svakoj slici nalazi se lice neke od 10 ženskih osoba japanske nacionalnosti. U ovom setu podataka postoji 7 tipova slika. Nazivi datoteka slika lica u ovom setu podataka su oblika $x.yn.k.tiff$ gdje je x oznaka pojedinca na fotografiji iz skupa $\{KA, KL, KM, KR, MK, NA, NM, TM, UY, YM\}$. y označava tip slike s oznakom iz skupa $\{AN, DI, FE, HA, NE, SA, SU\}$. Detaljniji opis oznaka tipova slika je u tablici 3. U ovom setu podataka postoji više verzija slika za isti tip slike, pa tako broj n označava redni broj verzije slike određenog tipa, a može biti iz skupa $\{1, 2, 3, 4\}$. k u nazivu datoteke označava redni broj slike u setu podataka iz skupa $\{1, 2, \dots, 213\}$. Na slici 9 nalazi se po jedna varijanta za svaki tip slike s nazivom datoteke iznad slike. Po stupcima se nalaze iste osobe, a po recima isti tipovi slika.

Tablica 3: Popis tipova slika lica iz Yale baze podataka s licima

y - tip slike	Opis tipa slike
AN	Ljutiti izraz lica (engl.: <i>Angry</i>)
DI	Zgroženi izraz lica (engl.: <i>Disgust</i>)
FE	Prestrašeni izraz lica (engl.: <i>Fear</i>)
HA	Sretan izraz lica (engl.: <i>Happy</i>)
NE	Neutralan izraz lica (engl.: <i>Neutral</i>)
SA	Tužan izraz lica (engl.: <i>Sad</i>)
SU	Iznenaden izraz lica (engl.: <i>Surprised</i>)



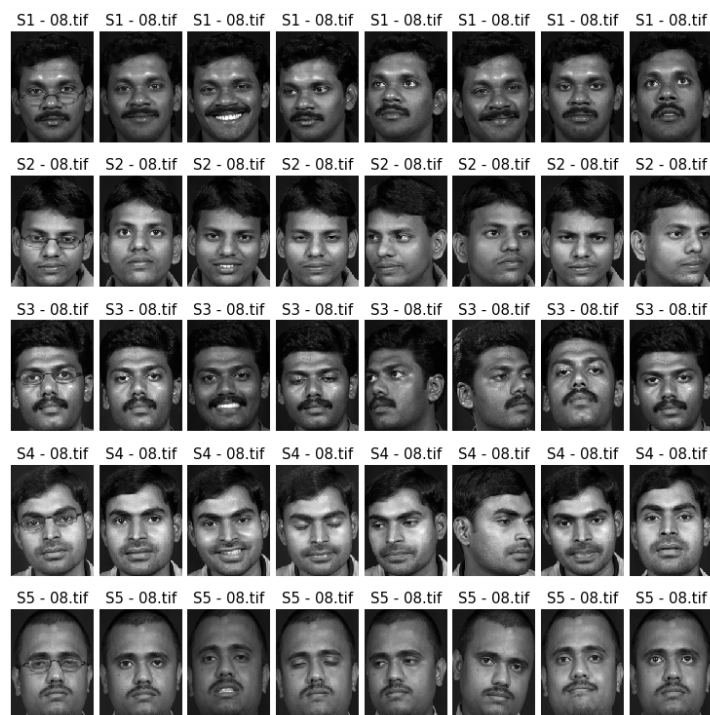
Slika 9: Primjer slika lica iz JAFFE baze podataka

5.1.3. Senthil set podataka sa slikama lica

Senthil set podataka sadrži 80 slika. Na svakoj slici nalazi se lice nekog od 5 pojedinaca muškog spola. Sadrži po 16 slika svakog od pojedinca. Slike su spremljene u mape naziva Sx gdje je x oznaka pojedinca iz skupa $\{1, 2, \dots, 5\}$. Unutar mape pojedinca nalazi se 16 slika čiji su nazivi datoteka oblika $y.tif$ gdje je y iz skupa $\{01, 02, \dots, 16\}$, a označava redni broj tipa slike lica. U ovom setu podataka nalaze se slike s različitim izrazima lica i jačinom svjetlosti no tipovi slika u ovom setu podataka nisu eksplicitno definirani. Uvidom u slike lica može se intuitivno opisati svaki tip slike Y što će biti dovoljno za analizu u nastavku rada. Tipovi slika $y = 01, 02, \dots, 08$ su slike sa slabijom svjetlosti, a $y = 09, 10, \dots, 16$ su tipovi slika s jačom svjetlosti. Dodatne značajke tipova nalaze se u tablici 4, a na slici 10 nalaze se neke od slika lica iz Senthil seta podataka s nazivima datoteka. Po recima se nalaze isti pojedinci, a po stupcima isti tipovi slika.

Tablica 4: Popis tipova slika lica iz Senthil seta podataka s licima

y - tip slike	Opis tipa slike
01 i 09	Slika s naočalama
02 i 10	Neutralan izraz lica
03 i 11	Sretan izraz lica
04 i 12	Tužan izraz lica
05 i 13	Pogled u desno
06 i 14	Pogled u lijevo
07 i 15	Ljutiti izraz lica
08 i 16	Razočarani izraz lica



Slika 10: Primjer slika lica iz Senthil seta podataka

5.2. Opis korištenih tehnologija

Programsko rješenje implementirano je u Python [16] programskom jeziku uz pomoć programskog alata za interaktivno izvršavanje Python programskog koda, Jupyter Notebooka. [17] Razlog korištenja Pythona i Jupyter Notebooka je velik broj besplatno i lako dostupnih Python biblioteka koje su znatno olakšale rad i pojednostavile programski kod implementacije prepoznavanja lica pomoću SVD-a. Slijedi popis korištenih Python biblioteka.

- NumPy [18] - Python biblioteka za napredne matematičke izračune. U ovom programskom rješenju je korištena za račune s matricama. Na slici 11 zeleno označeno je pokazano kako je ova biblioteka korištena za izračun SVD-a zadane matrice.
- Pillow [19] - U programskom kodu koristi se skraćeni naziv PIL. Ova biblioteka koristi se za upravljanje slikama. U ovom programskom rješenju koristi za dohvaćanje i prikaz slika lica, a primjer toga je žuto označeno na slici 11.
- Matplotlib [20] - Biblioteka za izradu i prikaz dvodimenzionalnih grafičkih prikaza. U ovom programskom rješenju korištena je za grafički prikaz rezultata prepoznavanja lica koji će biti i prikazani u nastavku rada.
- glob [21] - Standardna Python biblioteka za upravljanje datotekama i pristup direktorijima. Korištena je za pristup slikama na lokalnom računalu. Primjer je plavo označeno na slici 11.

```
from PIL import Image

def create_A(training_set, mean_face):
    number_of_images = len(training_set)
    im = Image.open(training_set[0])
    size = im.size
    size = size[::-1]
    A = np.zeros((size[0] * size[1], number_of_images), dtype=np.float32)

    i = 0
    for filename in training_set:
        image = Image.open(filename)
        image_array = np.array(image)
        imege_vector = image_array.ravel()
        A[:,i] = imege_vector - mean_face
        i += 1

    return A

import numpy as np

def apply_SVD(matrix):
    return np.linalg.svd(matrix, full_matrices=False)

import glob

def select_images_for_training_set():
    training_set = []
    for filetype in TRAINING_SET_TYPES:
        #print(filetype)
        for filename in glob.glob(filetype):
            training_set.append(filename)
    return sorted(training_set)
```

Slika 11: Primjer korištenja biblioteka u programskom rješenju

5.3. Opis programskog rješenja

Temeljeno na postupku prepoznavanja lica primjenom SVD-a iz poglavlja 4.1 napravljeno je programsko rješenje za prepoznavanje lica. Ono sadrži sedam ključnih metoda, po jedna za svaki od koraka postupka prepoznavanja lica primjenom SVD-a. Tih sedam metoda pozivanjem redom čine aktivnost prepoznavanja lica opisanu na dijagramu sa slike 6.

U prvom koraku postupka prepoznavanja lica potrebno je odrediti set podataka za treniranje od N slika. Sve slike u setu podataka za treniranje moraju biti jednakih dimenzija $m \times n$. U korištenoj bazi podataka slike već jesu jednakih dimenzija, 243×320 piksela. Metoda za određivanje seta podataka za treniranje, *select_images_for_training_set*, vraća listu naziva datoteka koja predstavljaju podatke za treniranje. Ova metoda koristi globalnu varijablu *TRAINING_SET_TYPES* koja definira listu tipova slika koje će biti uvrštene u podatke za treniranje. Tako će u podatke za treniranje biti uvršten dio slika iz baze podataka i to dio slika određenog tipa. Lista koju ova metoda vraća je sortirana abecedno pa je ujedno sortirana i prema rednom broju pojedinaca.

```
def select_images_for_training_set():
    training_set = []
    for filetype in TRAINING_SET_TYPES:
        for filename in glob.glob(filetype):
            training_set.append(filename)
    return sorted(training_set)
```

U drugom koraku postupka potrebno je odrediti srednje lice \bar{f} . Metoda za izračun srednjeg lica, *compute_mean_face*, vraća srednje lice u obliku matrice dimenzija 243×320 na temelju ulazne liste podataka za treniranje *training_set*. Za svaku od N slika iz te liste određuje se vektorski oblik slike f_n , a zatim srednje lice \bar{f} prema formuli za srednje lice 4.1.

```
def compute_mean_face(training_set):
    number_of_images = len(training_set)
    size = (243, 320)
    sum_vector = np.zeros((size[0] * size[1]), dtype=np.float32)
    for filename in training_set:
        image = Image.open(filename)
        image_array = np.array(image)
        imege_vector = image_array.ravel()
        sum_vector += imege_vector
    mean_face = sum_vector/number_of_images
    mean_face_matrix = mean_face.reshape(243, 320)
    return mean_face
```

Treći korak postupka je kreiranje matrice A prema formuli 4.2. Metoda za kreiranje matrice A , *create_A*, od svake slike iz podataka za treniranje u vektorskom obliku oduzima srednje lice i dobivene vektore redom postavlja kao pojedinačne stupce u matricu. Metoda vraća dobivenu matricu dimenzija $M \times N$ gdje je $M = 243 \times 320$, a N je ukupan broj slika u podacima za treniranje.

```
def create_A(training_set, mean_face):
    number_of_images = len(training_set)
```

```

size = (243, 320)
A = np.zeros((size[0] * size[1], number_of_images), dtype=np.float32)
i = 0
for filename in training_set:
    image = Image.open(filename)
    image_array = np.array(image)
    imege_vector = image_array.ravel()
    A[:,i] = imege_vector - mean_face
    i += 1
return A

```

Četvrti korak postupka je računanje SVD-a dobivene matrice A . Metoda *apply_SVD* za matricu koju prima kao ulaznu vrijednost vraća singularne vrijednosti te lijeve i desne singularne vektore. Za računanje SVD-a se koristi Python biblioteka NumPy s ugrađenom funkcijom *svd* koja za ulaznu matricu vraća redom: matricu s lijevim singularnim vektorima, listu sa singularnim vrijednostima i matricu s desnim singularnim vektorima.

```

def apply_SVD(matrix):
    return np.linalg.svd(matrix, full_matrices=False)

```

Peti korak postupka je izračunavanje koordinatnih vektora za svaku sliku iz podataka za treniranje prema formuli 4.3. Metoda *compute_coordinate_vectors* vraća listu koordinatnih vektora za sve slike lica iz podataka za treniranje.

```

def compute_coordinate_vectors(training_set, mean_face, orthonormal_basis):
    coordinate_vectors = []
    for filename in training_set:
        image = Image.open(filename)
        image_array = np.array(image)
        imege_vector = image_array.ravel()
        coordinate_vectors.append(dot(orthonormal_basis, (imege_vector-mean_face)))
    return coordinate_vectors

```

Sljedeći korak je izračunati koordinatni vektor za novo nepoznato lice kojeg treba prepoznati između pojedinaca na slikama u setu za treniranje. Metoda *compute_coordinate_vector_new_image* vraća koordinatni vektor nove slike lica dobiven prema formuli 4.4 koji će biti uspoređivan s koordinatnim vektorima slika lica iz seta za treniranje.

```

def compute_coordinate_vector_new_image(new_image, mean_face, orthonormal_basis):
    image = Image.open(new_image)
    image_array = np.array(image)
    imege_vector = image_array.ravel()
    return dot(orthonormal_basis, (imege_vector-mean_face))

```

Posljednji korak procesa prepoznavanja lica je usporedba koordinatnih vektora lica iz podataka za treniranje s koordinatnim vektorom novog lica. Najprije se izračunava udaljenost u prostoru lica između svakog od koordinatnih vektora lica iz podataka za treniranje i novog lica prema formuli 4.5. Svakom licu iz podataka za treniranje je sada dodijeljen realan broj koji predstavlja udaljenost tog lica u prostoru lica od novog lica. Preostaje samo izračunati aritmetičku sredinu tih udaljenosti za sva lica koja se odnose na istog pojedinca kako bi se pojedincu dodijelio realan broj koji predstavlja takvu udaljenost prema formuli 4.6. Pojedincu

koji ima najmanju dodijeljenu udaljenost smatra se prepoznatim na novoj slici ako je razlika između te udaljenosti i druge najmanje udaljenosti manja od globalne varijable ε_1 . Metoda koja ovo radi, `compute_result`, vraća listu udaljenosti za pojedince i rezultat ispisani riječima.

```
def compute_result(coordinate_vectors, coordinate_vector_new_image, training_set):
    epsilon_i = []
    for cv in coordinate_vectors:
        #epsilon_i=[(x-x_i)^T(x-x_i)]^1/2
        difference = coordinate_vector_new_image - cv
        epsilon_i.append(sqrt(dot(difference.transpose(),difference)))
    epsilon_j = []
    d = 0
    while d < (len(epsilon_i)):
        sum_t = 0
        for t in range (len(TRAINING_SET_TYPES)):
            sum_t += epsilon_i[d]
            d += 1
        epsilon_j.append(sum_t/len(TRAINING_SET_TYPES))
    difference = sorted(set(epsilon_j))[1] - min(epsilon_j)
    if difference > EPSILON_1:
        subject = epsilon_j.index(min(epsilon_j))+1
        result = "RECOGNIZED:_subject_" + str(subject)
    else:
        result = "NOT_RECOGNIZED"
    return epsilon_j, result
```

Na slici 12 nalazi se primjer korištenja opisanih metoda za prepoznavanje jednog novog lica u alatu Jupyter notebook. Ovaj postupak detaljnije je opisan u sljedećem poglavlju.

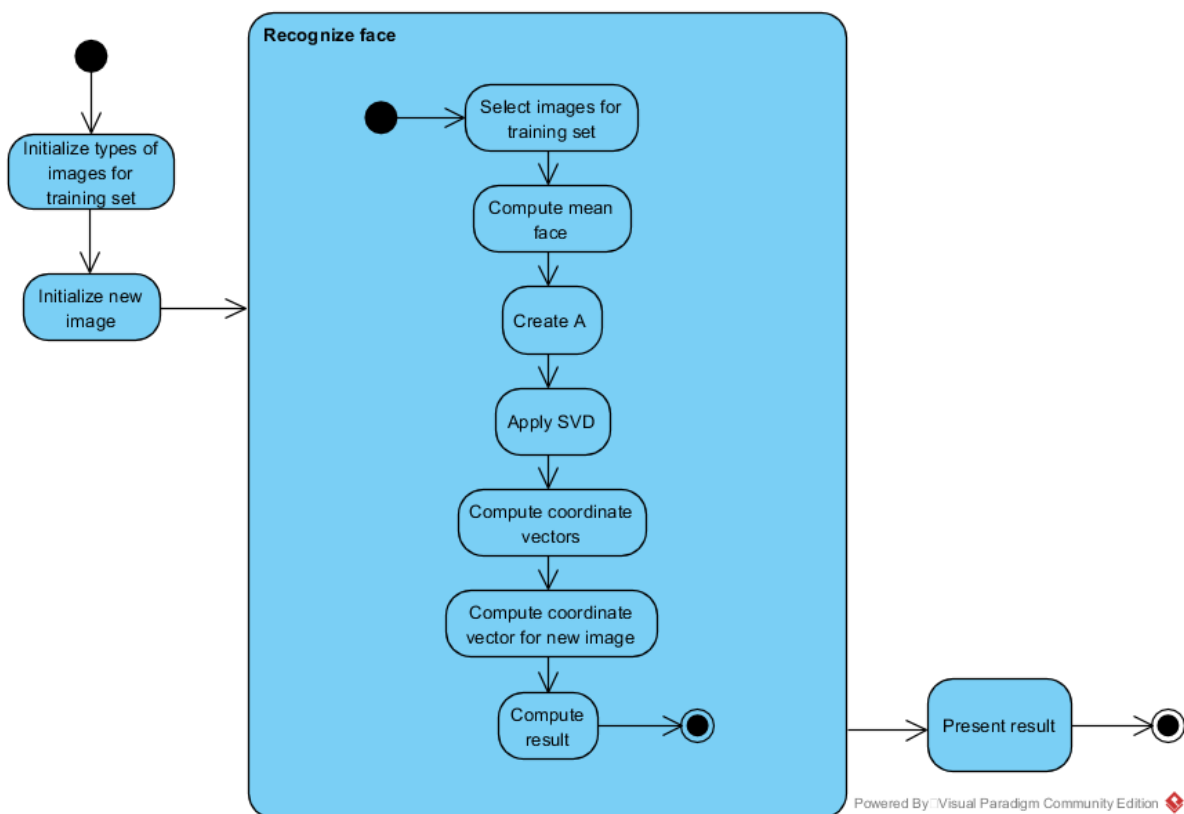
```
# RECOGNIZE FACE
def recognize_face():
    training_set = select_images_for_training_set()
    mean_face = compute_mean_face(training_set)
    A = create_A(training_set, mean_face)
    U, Sigma, VT = apply_SVD(A)
    orthonormal_basis = U[:, :matrix_rank(A)].transpose()
    coordinate_vectors = compute_coordinate_vectors(training_set, mean_face, orthonormal_basis)
    coordinate_vector_new_image = compute_coordinate_vector_new_image (NEW_IMAGE, mean_face, orthonormal_basis)
    epsilon_j, result = compute_result(coordinate_vectors, coordinate_vector_new_image, training_set)
    return mean_face, Sigma, epsilon_j, result, training_set

# 1. Recognize one new face in the default training set
EPSILON_1 = 2000.00
TRAINING_SET_TYPES = (['db/yalefaces/*.normal', 'db/yalefaces/*.happy', 'db/yalefaces/*.sad',
                      'db/yalefaces/*.glasses', 'db/yalefaces/*.sleepy', 'db/yalefaces/*.surprised'])
NEW_IMAGE = 'db/yalefaces/subject02.wink'
mean_face, Sigma, epsilon_j, result, training_set = recognize_face()
present_result(mean_face, Sigma, epsilon_j, result, training_set)
```

Slika 12: Primjer korištenja opisanih metoda

5.4. Prepoznavanje jednog novog lica nad zadanim podacima za treniranje

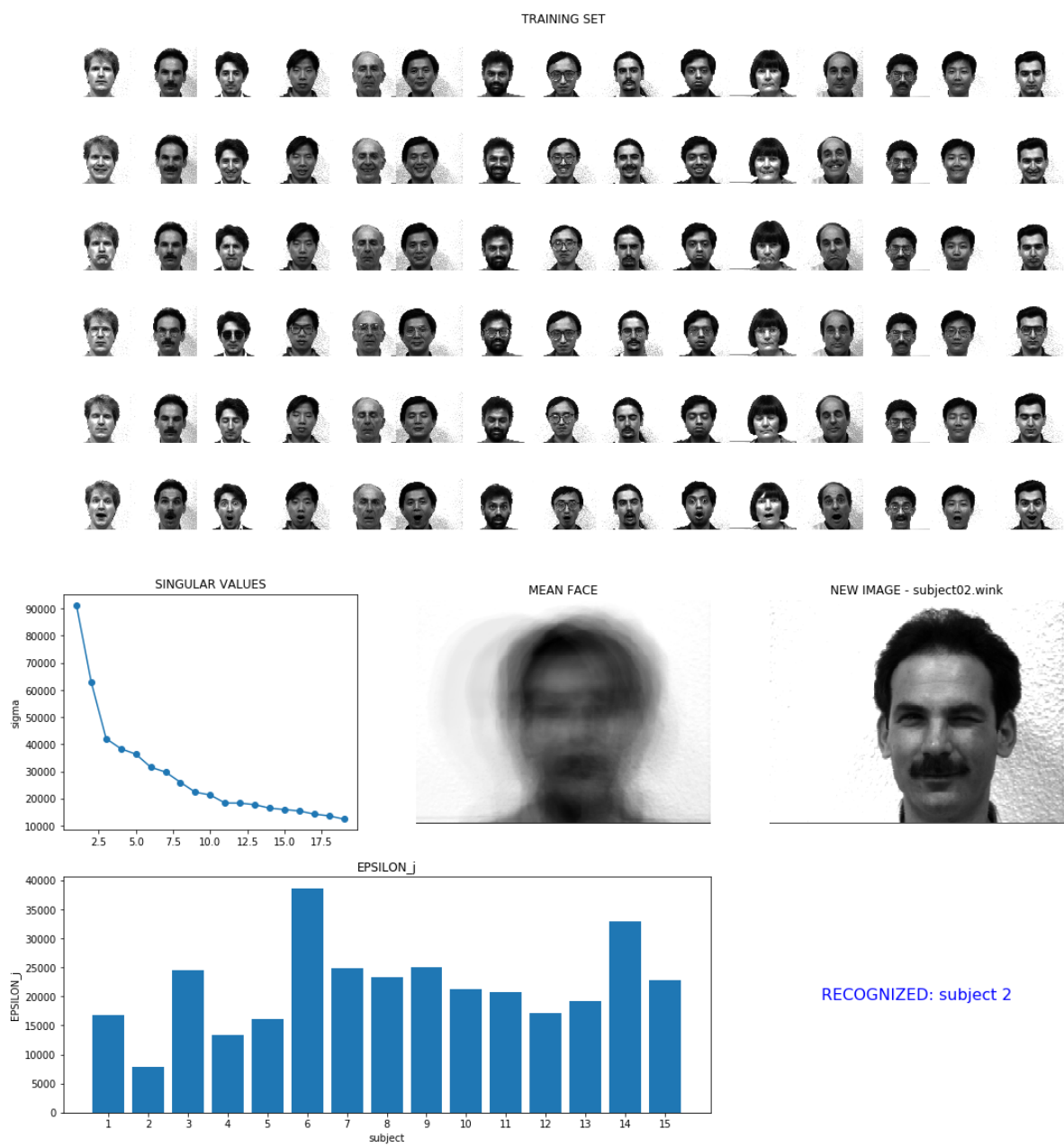
Za prepoznavanje jednog novog lica nad zadanim podacima za treniranje koristit će se aktivnost prepoznavanja lica sa slike 6 i to tako da se najprije definiraju tipovi slika koji će ulaziti u podatke za treniranje i nova slika na kojoj je lice koje treba biti prepoznato. Nakon izvođenja postupka prepoznavanja lica ispisuje se rezultat. Cjelokupni postupak prepoznavanja jednog novog lica opisan je na UML dijagramu aktivnosti na slici 13 na kojem možemo primijetiti korištenje od prije definirane aktivnosti prepoznavanja lica (*Recognize face*).



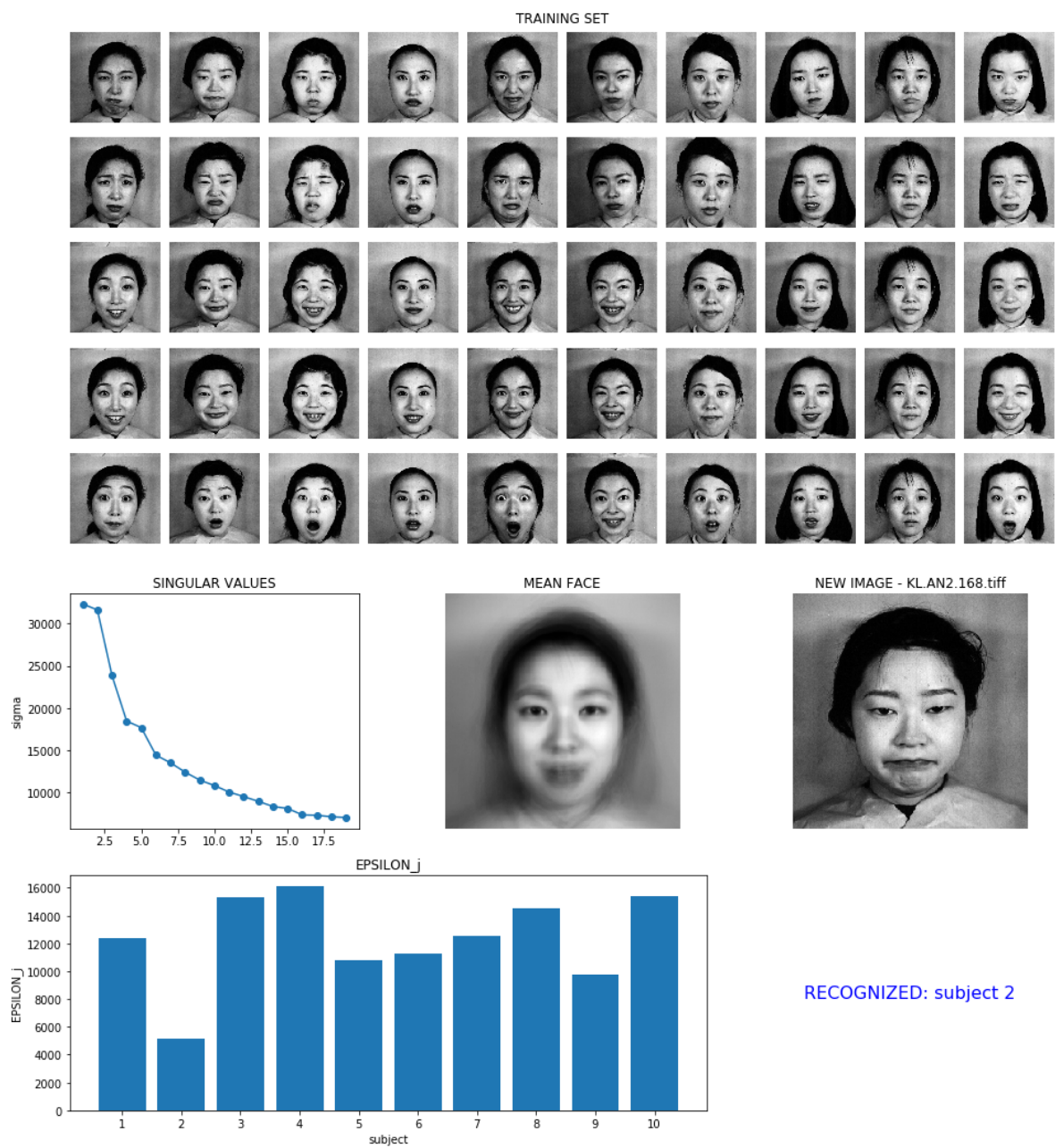
Slika 13: Dijagram aktivnosti za postupak prepoznavanja jednog novog lica

Na slikama 14, 15, 16 vidimo primjere prikaza rezultata prepoznavanja lica s nove slike (*NEW_IMAGE*) među pojedincima u podacima za treniranje (*TRAINING SET*). Na slici 14 vidimo da je program u podacima za treniranje iz Yale seta podataka točno prepoznao pojedinca 02. Na slici 15 uspješno je prepoznata osoba KL u podacima za treniranje nad JAFFE setom podataka, a na slici 16 osoba 5 u podacima za treniranje nad Senthil setom podataka.

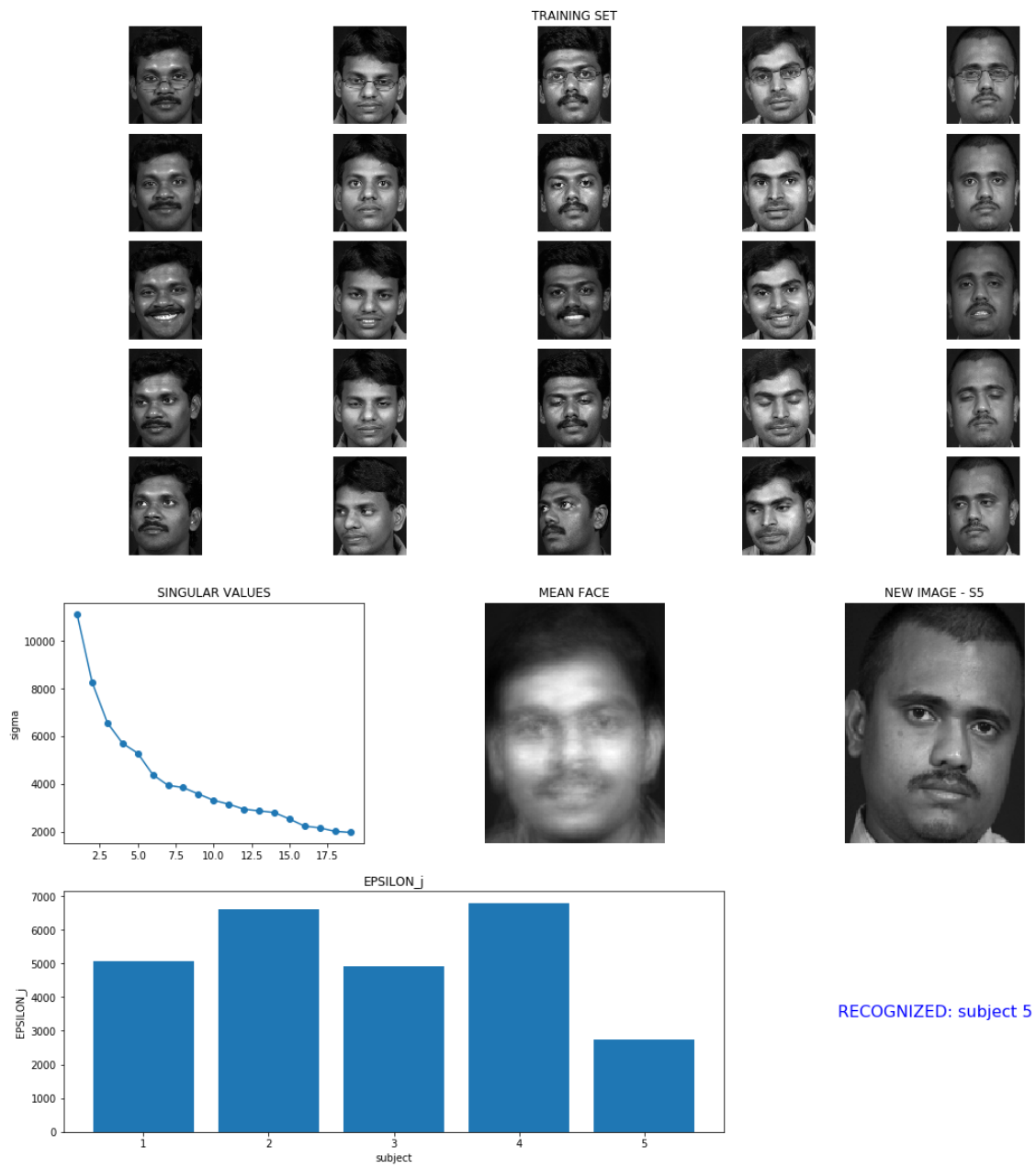
Prikaz rezultata mjerenja sadrži i graf singularnih vrijednosti (*SINGULAR VALUES*) na kojem možemo vidjeti kako brzo singularne vrijednosti padaju za dani primjer i sliku srednjeg lica podataka za treniranje (*MEAN FACE*). Također vidimo stupčasti graf koji prikazuje aritmetičku sredinu udaljenosti u vektorskom prostoru lica za vektorske oblike lica svakog od pojedinca u odnosu na vektorski oblik nove slike lica (*EPSILON_j*). Na tom grafu vidimo da je udaljenost najmanja za prepoznate pojedince, štoviše, da je znatno manja nego za ostale pojedince.



Slika 14: Primjer prikaza rezultata prepoznavanja jednog novog lica na setu podataka Yale



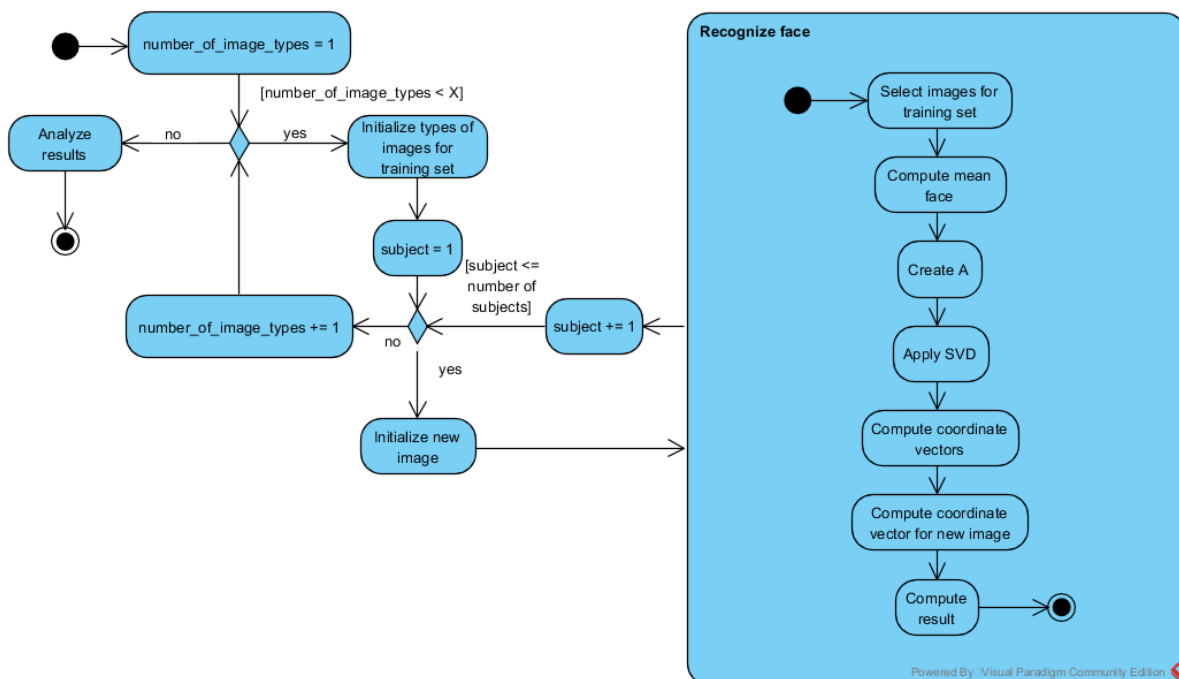
Slika 15: Primjer prikaza rezultata prepoznavanja jednog novog lica na setu podataka JAFFE



Slika 16: Primjer prikaza rezultata prepoznavanja jednog novog lica na setu podataka Senthil

5.5. Prepoznavanje lica na različitim podacima za treniranje

Sljedeći korak je iskoristiti implementiranu aktivnost prepoznavanja lica za postupak automatiziranog testnog prepoznavanja lica primjenom SVD-a na različitim podacima za treniranje. Ta aktivnost opisana je na UML dijagramu aktivnosti na slici 17. Ideja je na različitim setovima podataka za treniranje izvesti prepoznavanje lica u svrhu provjere točnosti opisanog postupka prepoznavanja lica. Najprije se prepoznavanje lica izvodi na setu podataka za treniranje gdje je broj tipova slika jednak 1. Drugim riječima, u setu podataka za treniranje nalazi se po jedna slika svakog od pojedinaca i pokušava se redom prepoznati svaki pojedinac. Broj tipova slika povećava se za jedan, odnosno, u set podataka za treniranje dodaje se po jedna slika za svakog pojedinca i ponovo se izvodi prepoznavanje lica svakog od pojedinaca. Na kraju se provjerava točnost prepoznavanja lica i ispisuju rezultati.



Slika 17: Dijagram aktivnosti za postupak analize točnosti prepoznavanja novog lica

Prikaz rezultata sastoji se od stupčastog grafa koji pokazuje ukupan broj grešaka pri likom prepoznavanja lica na određenim podacima za treniranje i tablice s detaljnijim opisom grešaka. Na grafu je vidljiv broj neprepoznatih i broj krivo prepoznatih lica na pojedinim podacima za treniranje.

Prepoznavanje lica pomoću SVD-a bit će provedeno korištenjem tri različita načina generiranja podataka za treniranje prema kojima je i napravljena podjela podataka za treniranje na (1) nasumične podatke za treniranje (2) promišljene podatke za treniranje i (3) usporedne podatke za treniranje.

5.5.1. Prepoznavanje lica na nasumičnim podacima za treniranje

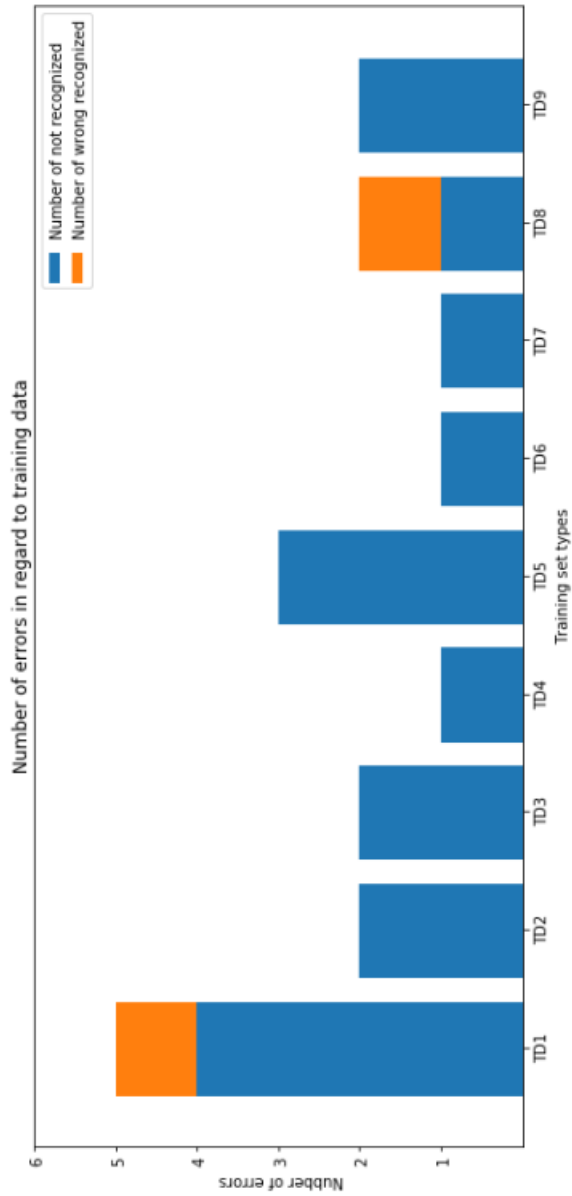
Prvo generirano prepoznavanje lica vrši se na nasumičnim podacima za treniranje. Nasumični podaci za treniranje generiraju se na sljedeći način.

1. Od svih tipova slika lica u određenom setu podataka izbacimo prvi tip koji prikazuje neutralno lice, neutralni tip slike lica bit će korišten za novu sliku lica koje će trebati prepoznati među podacima za treniranje.
2. Ostale tipove slika poredamo po abecedi, tako poredani neka čine niz S i neka broj tipova slika u njemu bude n
3. Definiramo n različitih podataka za treniranje naziva TD_n tako da
 - TD_1 sadrži po jednu sliku za svakog pojedinca, a tip te slike je prvi u nizu S
 - TD_2 sadrži po dvije slike svakog od pojedinca, tipovi tih slika su prvi i drugi u nizu S
 - \vdots
 - TD_n sadrži po n slika svakog od pojedinca, to su svi tipovi iz skupa S

Prvi primjer možemo vidjeti na slici 18. Podaci za treniranje generiraju se opisanim postupkom na Yale setu podataka. Prvi podaci za treniranje TD_1 sastoje se od 15 slika, po jedna slika lica svakog od pojedinca, tipa *.glasses* jer je ovaj tip prvi po abecedi. Među tim podacima za treniranje pokušava se redom prepoznati svaki pojedinac sa slike tipa *.normal*. Na grafu možemo vidjeti da je neuspješno prepoznato 5 od 15 pojedinaca na TD_1 podacima za treniranje, od kojih je jedan prepoznat netočno, a četiri nisu prepoznata. U tablici ispod grafa možemo vidjeti o kojim pojedincima se radi. Pojedinci 2, 3, 10 i 15 nisu prepoznati, a na slici *subject09.normal* pogrešno je prepoznat pojedinac 7. Nastavak prepoznavanja lica odvija se kreiranjem podataka za treniranje TD_2 dodavanjem slika lica svih pojedinaca tipa *.happy* i tako redom.

Za jedno pogrešno prepoznavanje izveden je postupak prepoznavanja jednog novog lica da vidimo što se dogodilo. Rezultat prepoznavanja novog lica *subject15.normal* na podacima za treniranje TD_8 nalazi se na slici 19. U stupčastom grafu vidimo da je aritmetička udaljenost vektorskih oblika lica za pojedinca 7 najmanja pa je pojedinac 7 pogrešno prepoznat. Vrijednost udaljenosti za pojedinca 15 je također vrlo blizu vrijednostima za još neke pojedince (3, 8, 9) pa ovi podaci za treniranje nikako nisu dobri za prepoznavanje ove nove slike lica.

Prepoznavanje lica pomoću SVD-a na nasumičnim podacima za treniranje izvedeno je i na JAFFE (slika 20) i Senthil (slika 21) setovima podataka. Kod Senthil seta podataka korišteno je prvih osam tipova podataka u postupku generiranja podataka za treniranje jer na idućih osam možemo gledati kao na varijante prvih osam.

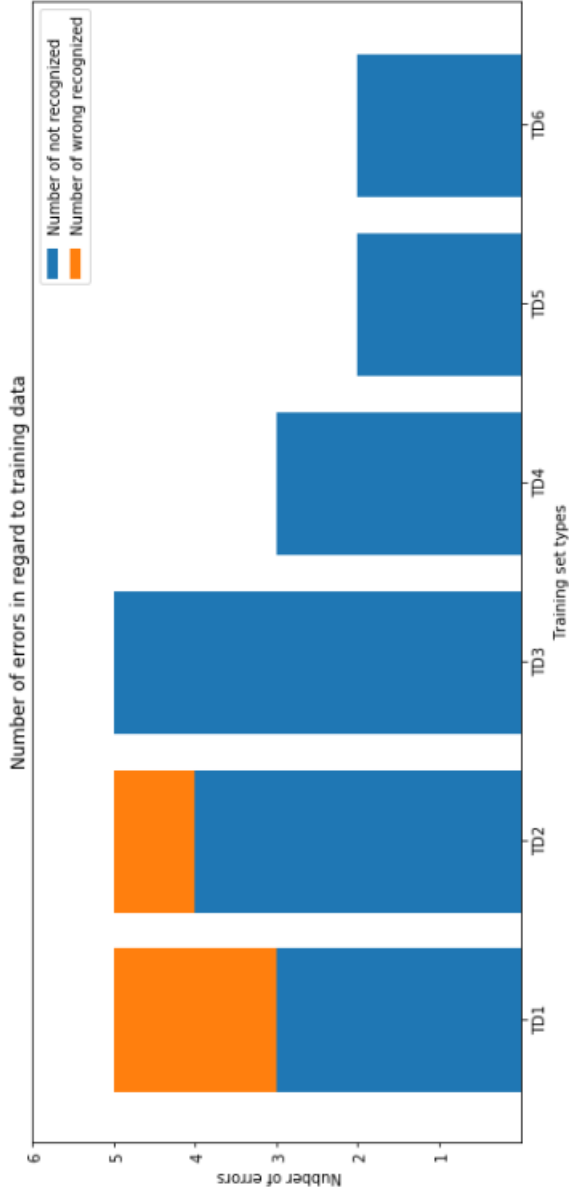


Training set types	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5	TD6	TD7	TD8	TD9
Types of images in training set (type of new image is .normal)	.glasses	.glasses .happy	.glasses .happy .leftlight	.glasses .happy .leftlight .noglasses	.glasses .happy .leftlight .noglasses .rightlight	.glasses .happy .leftlight .noglasses .rightlight .sad	.glasses .happy .leftlight .noglasses .rightlight .sad .sleepy	.glasses .happy .leftlight .noglasses .rightlight .sad .sleepy .surprised	.glasses .happy .leftlight .noglasses .rightlight .sad .sleepy .surprised .wink
Errors	+ subject 2: not recognized + subject 3: not recognized + subject 9: recognized + subject 10: not recognized + subject 15: not recognized	+ subject 12: not recognized + subject 15: not recognized	+ subject 12: not recognized + subject 15: not recognized	+ subject 15: not recognized	+ subject 1: not recognized + subject 4: not recognized + subject 15: not recognized	+ subject 15: not recognized	+ subject 15: not recognized	+ subject 8: not recognized + subject 15: recognized 7	+ subject 8: not recognized + subject 15: not recognized

Slika 18: Prikaz prvog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Yale

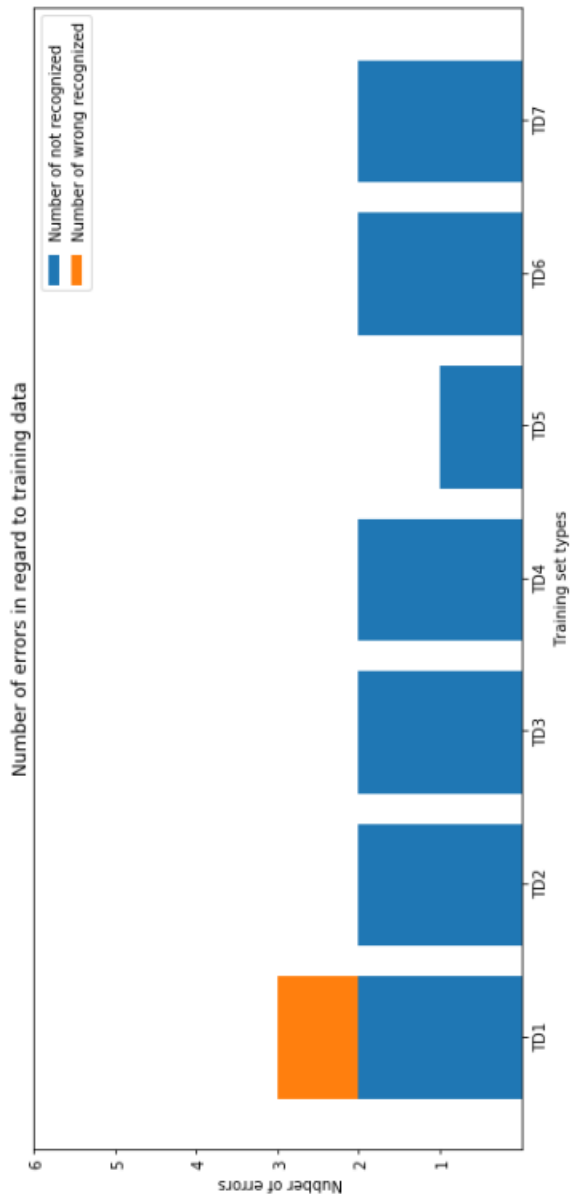


Slika 19: Krivo prepoznat pojedinac 7 umjesto pojedinca 15 na podacima za treniranje *TD8*



	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5	TD6
Types of images in training set (type of new image is NE1)	AN1	AN1 DI1	AN1 DI1 FE1	AN1 DI1 FE1 HA1	AN1 DI1 FE1 HA1 SA1	AN1 DI1 FE1 HA1 SA1 SU1
Errors	+ subject 1: not recognized + subject 5: not recognized + subject 6: recognized 1 + subject 7: not recognized + subject 10: recognized 8	+ subject 1: not recognized + subject 5: not recognized + subject 6: not recognized + subject 7: not recognized + subject 10: recognized 8	+ subject 1: not recognized + subject 5: not recognized + subject 6: not recognized + subject 7: not recognized + subject 10: not recognized	+ subject 1: not recognized + subject 5: not recognized + subject 10: not recognized	+ subject 5: not recognized + subject 10: not recognized	+ subject 1: not recognized + subject 10: not recognized

Slika 20: Prikaz prvog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka JAFFE



	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5	TD6	TD7
Types of images in training set (type of new image is 02)	01	01 03	01 03 04	01 03 04 05	01 03 04 05 06	01 03 04 05 06 07	01 03 04 05 06 07 08
Errors	+ subject 1: not recognized + subject 2: not recognized + subject 4: recognized 3	+ subject 1: not recognized + subject 2: not recognized	+ subject 1: not recognized + subject 2: not recognized	+ subject 1: not recognized + subject 2: not recognized	+ subject 2: not recognized	+ subject 2: not recognized + subject 3: not recognized	+ subject 2: not recognized + subject 3: not recognized

Slika 21: Prikaz prvog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Senthil

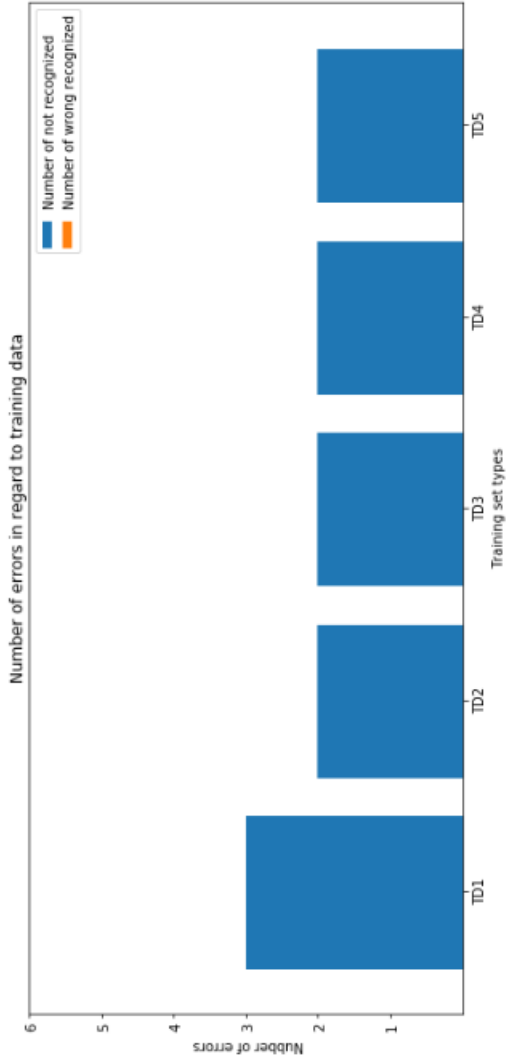
5.5.2. Prepoznavanje lica na promišljenim podacima za treniranje

Broj pogrešaka prilikom postupka prepoznavanja lica može smanjiti promišljenim definiranjem podataka za treniranje i nove slike lica kojeg je potrebno prepoznati. Promišljeni setovi podataka u ovom poglavlju definirani su intuitivno prema sljedećim pravilima.

1. Ako je dodavanjem nekog tipa slike u podatke za treniranje u prethodnom mjeranju smanjen broj grešaka, taj tip slike lica dobro utječe na rezultat prepoznavanja lica.
2. Tip slike lica naoko sličan novom licu kojeg treba prepoznati dobro utječe na analizu.

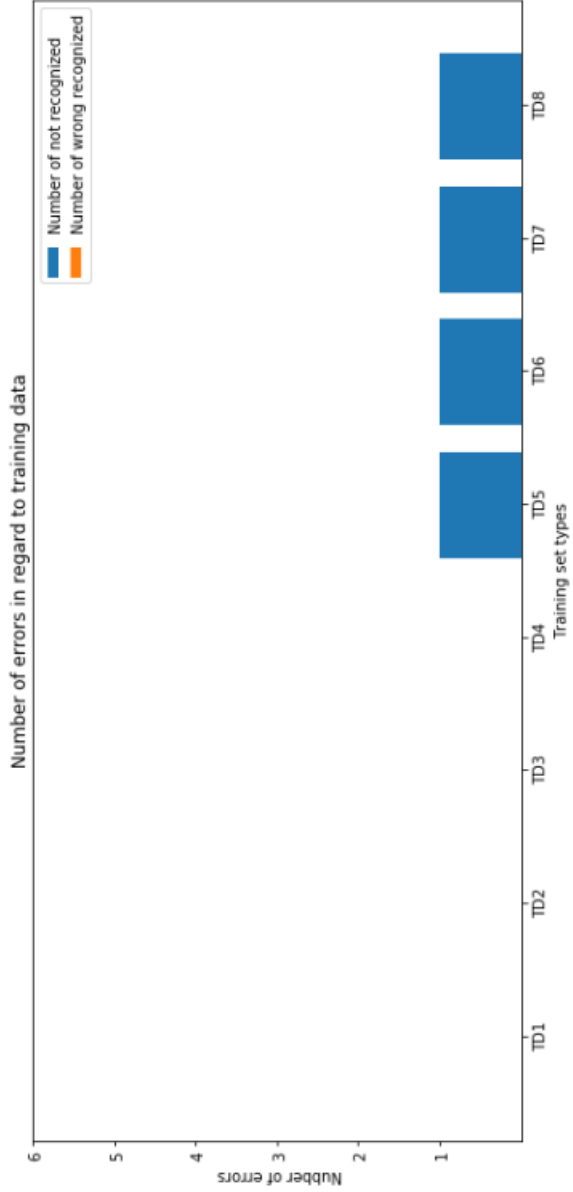
Na primjeru prepoznavanja lica za set podataka Yale možemo proučiti kako su određeni ti podaci za treniranje. Rezultat prepoznavanja lica je na slici 22. Vidimo da se u podacima za treniranje *TD1* nalaze slike tipa *.noglases*. One su dodane prema drugom pravilu. Nova slika je tipa *.normal*, a slike lica tipa *.normal* naoko su vrlo slične slikama tipa *.noglases*. Nadalje su u podatke za treniranje dodane slike tipa *.sad*, *.happy*, *.rightlight* i *.leftlight* jer se u mjeranju sa slike 18 dodavanjem tih tipova u podatke za treniranje smanjuje broj grešaka (ili eventualno ostaje jednak broj grešaka).

Na slikama 23 i 24 vidimo rezultate ovakvog prepoznavanja lica za JAFFE i Senthil setove podataka. Dakle, u ovom postupku bio je cilj što točnije izvesti prepoznavanje lica na promišljenim podacima za treniranje kako bismo mogli brojčano iskazati koliko tipovi slika utječu na točnost postupka prepoznavanja lica.



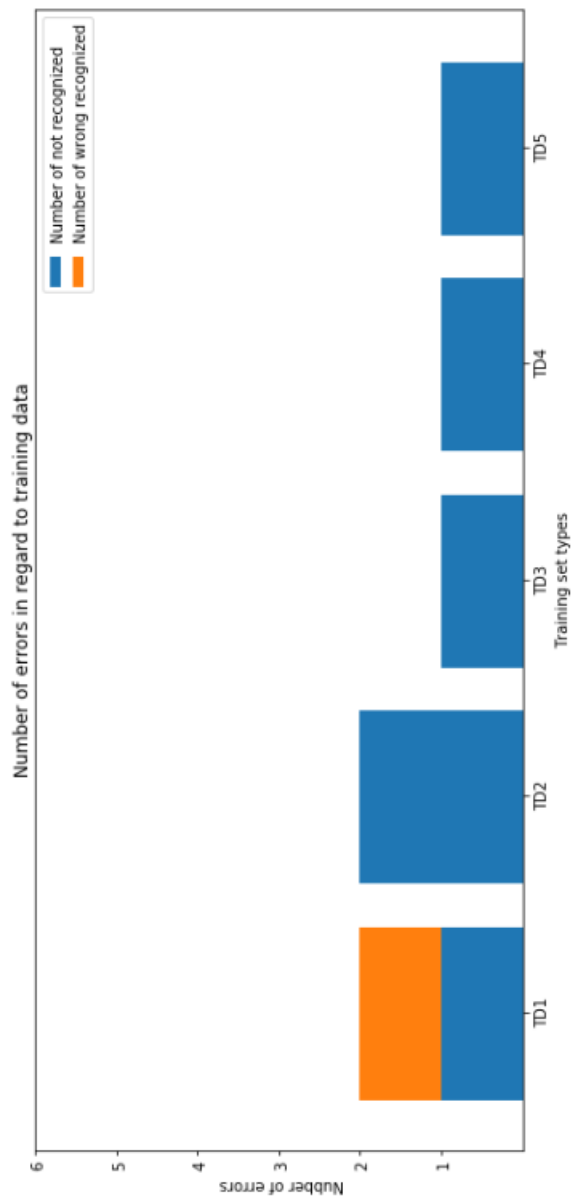
Types of images in training set (type of new image is .normal)	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5
	noglasses	noglasses .sad	noglasses .sad .happy	noglasses .sad .happy .rightlight	noglasses .sad .happy .rightlight .leftlight
Errors	+ subject 1: not recognized subject 8: not recognized not recognized + subject 15: not recognized	+ subject 8: not recognized + subject 15: not recognized	+ subject 8: not recognized + subject 15: not recognized	+ subject 8: not recognized + subject 15: not recognized	+ subject 8: not recognized + subject 15: not recognized

Slika 22: Prikaz drugog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Yale



Types of images in training set (type of new image is NE1)	TD1	NE2	TD2	NE2 NE3	TD3	NE2 NE3 SA1	TD4	NE2 NE3 SA1 SA2	TD5	NE2 NE3 SA1 SA2 SA3	TD6	NE2 NE3 SA1 SA2 SA3 SU1	TD7	NE2 NE3 SA1 SA2 SA3 SU1 SU2	TD8	NE2 NE3 SA1 SA2 SA3 SU1 SU2 SU3
Errors									+ subject 10: not recognized	+ subject 10: not recognized	+ subject 10: not recognized	+ subject 10: not recognized	+ subject 10: not recognized	+ subject 10: not recognized		

Slika 23: Prikaz drugog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka JAFFE



	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5
Types of images in training set (type of new image is 02)	05	05 13	05 13 10	05 13 10 03	05 13 10 03 11
Errors	+ subject 2: recognized 1 + subject 3: not recognized	+ subject 1: not recognized + subject 2: not recognized	+ subject 2: not recognized	+ subject 2: not recognized	+ subject 2: not recognized

Slika 24: Prikaz drugog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Senthil

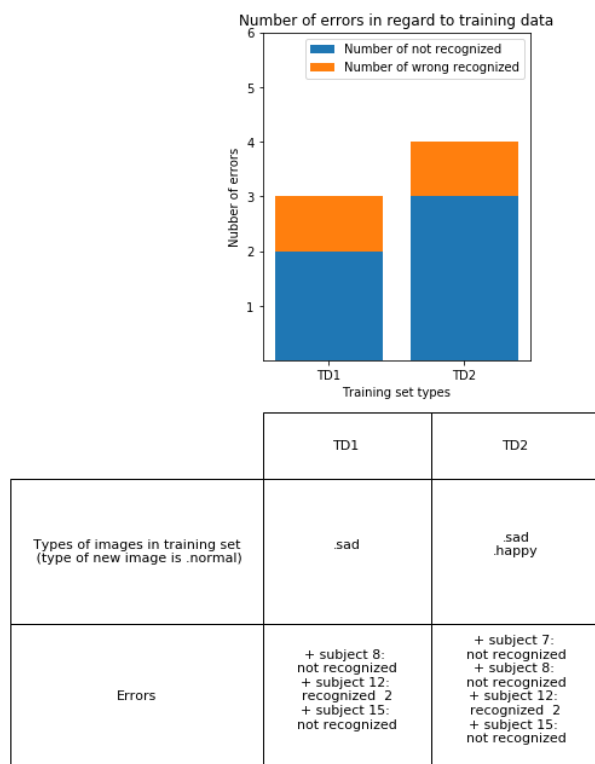
5.5.3. Prepoznavanje lica na usporednim podacima za treniranje

Tri korištena seta podataka sa slikama lica, Yale, JAFFE i Senthil, imaju tri tipa slika koji se međusobno mogu poistovjetiti, a to su sljedeće

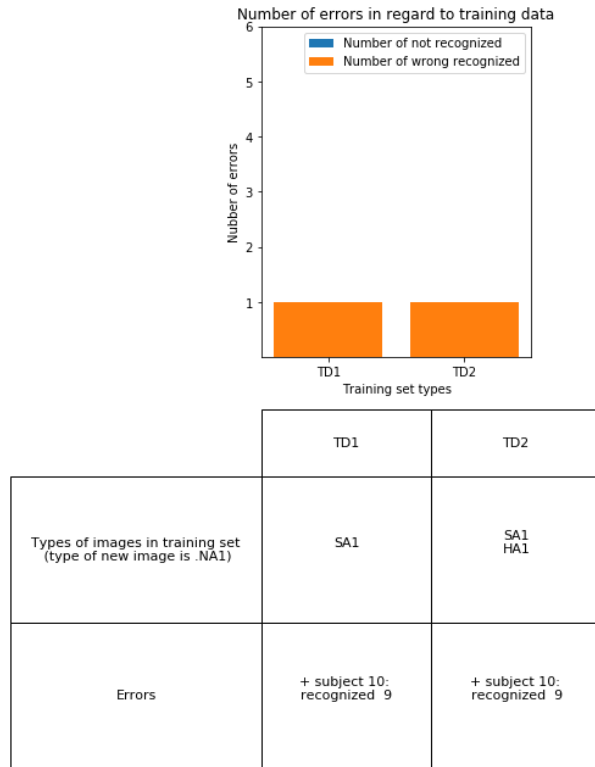
- *.normal*(Yale) - NE(JAFFE) - 02(Senthil),
- *.happy*(Yale) - HA(JAFFE) - 03(Senthil),
- *.sad*(Yale) - SA(JAFFE) - 04(Senthil).

Generiranjem podataka za treniranje s ovim tipovima slika dobit ćemo usporedne podatke za testiranje tako da će se moći usporediti kvaliteta pojedinog seta podataka za ovaj postupak prepoznavanja lica.

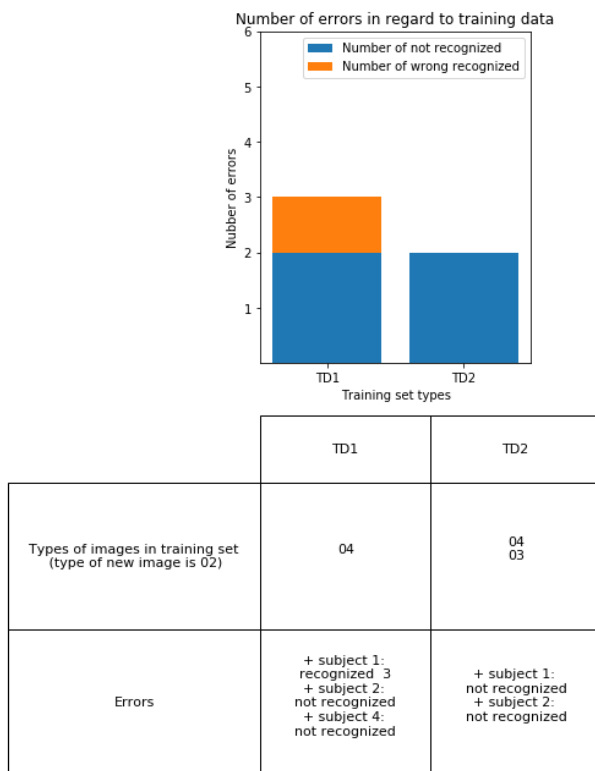
Na slici 25 nalazi se rezultat mjerenja za Yale set podataka. Nova slika je, kao i u prošlim mjerenjima, tipa *.normal*. Od ostala dva tipa slika koje možemo usporediti, *.happy* i *.sad*, generiraju se redom podaci za treniranje *TD1* i *TD2*. I za dva ostala seta podataka radimo slično. Na slikama 26 i 27 vidimo rezultat. Nove slike lica su s neutralnim ili normalnim izrazom lica, a *TD1* i *TD2* generiraju se od slika sa sretnim i tužnim izrazima lica.



Slika 25: Prikaz trećeg rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Yale



Slika 26: Prikaz trećeg rezultata prepoznavanja lica na setu podataka JAFFE



Slika 27: Prikaz trećeg rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Senthil

5.5.4. Analiza rezultata

U postupcima prepoznavanja lica na različitim bazama podataka za treniranje moguće je izračunati postotak pogreške. Ako je ukupan broj grešaka u pojedinom postupku jednak $g \in \mathbb{Z}$, a ukupan broj pokušaja $p \in \mathbb{Z}$, postotak pogreške izrazit ćemo brojem $r = g \div p$.

Tablica 5: Postotak pogreške u prepoznavanju lica na nasumičnim podacima za treniranje

Set	g	p	$r = g \div p$
Yale 9	19	135	0.14
JAFFE	22	60	0.37
Senthil	14	35	0.40

Tablica 6: Postotak pogreške u prepoznavanju lica na promišljenim podacima za treniranje

Set	g	p	$r = g \div p$
Yale 9	11	75	0.15
JAFFE	4	80	0.05
Senthil	7	25	0.28

Rezultate u tablici 5 i 6 možemo usporediti. Pretpostavka je da će postotak pogreške biti manji na promišljenim podacima. Na Yale setu podataka pretpostavka se nije ostvarila. Razlog tome je da je postotak pogreške na nasumičnim podacima već dovoljno malen. Na JAFFE setu podataka postotak pogreške drastično je smanjen, a na Senthil setu podataka je također smanjen ali ne toliko drastično. Razlog drastičnog smanjivanja postotka pogreške u JAFFE setu podataka je taj što se u promišljenim podacima za treniranje nalaze dodatne varijante istog tipa slike.

Tablica 7: Postotak pogreške u prepoznavanju lica na usporednim podacima za treniranje

Set	g	p	$r = g \div p$
Yale 9	7	30	0.23
JAFFE	2	20	0.10
Senthil	5	10	0.50

U tablici 7 možemo usporediti kvalitetu setova podataka međusobno na zadanim podacima za treniranje. Ako su usporedni podaci generirani od tipova slika sa stretnim i tužnim izrazom lica, a nova slika je neutralnog tipa na JAFFE setu podataka dobije se najbolji, a na Senthil najlošiji rezultat.

6. Zaključak

Metoda prepoznavanja lica pomoću SVD-a je metoda prepoznavanja lica izrazito osjetljiva na ekspresije lica, konfiguraciju slika lica, podlogu slike, dimenzije slike i različite druge nespecifičnosti u odnosu na podatke za treniranje. Razlog tome je da ova metoda prepoznavanja lica ne koristi nikakvo znanje o strukturi lica već sirove informacije dobivene iz vrijednosti piksela. Jedna od prednosti ove metode prepoznavanja lica je da količina podataka za treniranje ne mora biti velika. Za razliku od nekih dugih metoda prepoznavanja lica čiji se rezultat neupitno poboljšava povećanjem količine podataka za treniranje, SVD metoda ne teži kvantiteti već kvaliteti podataka za treniranje.

Rezultati analize postotka pogreške u radu pokazuju da različiti izrazi lica, drugačije usmjereni pogledi ili svjetlo dovodi do prevelikog broja grešaka u ovoj metodi. Poboljšanje rezultata u situacijama kada su varijante lica prerasličite moglo bi se postići digitalnom obradom slike tako da se ona normalizira što može i ne mora biti jednostavan postupak. Moguće da bi metoda prepoznavanja lica pomoću SVD-a bila dobra i korisna za korištenje u određenim uvjetima u kojima su slike lica uvijek približno jednakih varijanta, npr.: prepoznavanje lica sa slika osobnih ili nekih drugih identifikacijskih isprava.

Popis literature

- [1] M. Tegmark, *Life 3.0: Being human in the age of artificial intelligence*. Knopf, 2017.
- [2] M. R. Frank, D. Wang, M. Cebrian i I. Rahwan, „The evolution of citation graphs in artificial intelligence research”, *Nature Machine Intelligence*, sv. 1, br. 2, str. 79, 2019.
- [3] P. J. Phillips, H. Moon, P. Rauss i S. A. Rizvi, „The FERET evaluation methodology for face-recognition algorithms”, *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, IEEE, 1997, str. 137–143.
- [4] A. Sepas-Moghaddam, F. Pereira i P. L. Correia, „Face recognition: A novel multi-level taxonomy based survey”, *arXiv preprint arXiv:1901.00713*, 2019.
- [5] (2018). O naprednoj tehnologiji Face ID, adresa: <https://support.apple.com/hr-hr/HT208108> (pogledano 30. 8. 2019).
- [6] (2016). Next Generation Identification (NGI), adresa: <https://www.fbi.gov/services/cjis/fingerprints-and-other-biometrics/ngi> (pogledano 30. 8. 2019).
- [7] (2019). SmartGates, adresa: <https://www.abf.gov.au/entering-and-leaving-australia/smartgates> (pogledano 30. 8. 2019).
- [8] D. Oliver. (2019). Facial recognition scanners are already at some US airports. Here's what to know, adresa: <https://eu.usatoday.com/story/travel/airline-news/2019/08/16/biometric-airport-screening-facial-recognition-everything-you-need-know/1998749001/> (pogledano 30. 8. 2019).
- [9] P. Waldemar i T. A. Ramstad, „Hybrid KLT-SVD image compression”, *1997 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, IEEE, sv. 4, 1997, str. 2713–2716.
- [10] H. Prasantha, H. Shashidhara i K. B. Murthy, „Image compression using SVD”, *International Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications (ICCIMA 2007)*, IEEE, sv. 3, 2007, str. 143–145.
- [11] H. Salimi i D. Giveki, „Farsi/Arabic handwritten digit recognition based on ensemble of SVD classifiers and reliable multi-phase PSO combination rule”, *International Journal on Document Analysis and Recognition (IJDAR)*, sv. 16, br. 4, str. 371–386, 2013.
- [12] T. Hastie i P. Simard, „Metrics and models for handwritten character recognition”, *Conference on Statistical Science Honouring the Bicentennial of Stefano Franscini's Birth*, Springer, 1997, str. 203–219.

- [13] (1999). The Yale Face Database, adresa: <http://vision.ucsd.edu/content/yale-face-database> (pogledano 25. 6. 2019).
- [14] *The Japanese Female Facial Expression (JAFFE) Database*. adresa: <http://www.kasrl.org/jaffe.html> (pogledano 14. 9. 2019).
- [15] *Senthilkumar Face Database (Version 1.0)*. adresa: <http://www.geocities.ws/senthilirtt/Senthil%5C%20Face%20Database%20Version1> (pogledano 14. 9. 2019).
- [16] *Python službena dokumentacija*. adresa: <https://www.python.org/doc/> (pogledano 15. 9. 2019).
- [17] *Jupyter Notebook službena dokumentacija*. adresa: <https://jupyter-notebook.readthedocs.io/en/stable/> (pogledano 15. 9. 2019).
- [18] *NumPy službena dokumentacija*. adresa: <https://numpy.org/> (pogledano 15. 9. 2019).
- [19] *Pillow službena dokumentacija*. adresa: <https://pillow.readthedocs.io/en/stable/> (pogledano 15. 9. 2019).
- [20] *Matplotlib službena dokumentacija*. adresa: <https://matplotlib.org/> (pogledano 15. 9. 2019).
- [21] *Glob službena dokumentacija*. adresa: <https://docs.python.org/3/library/glob.html> (pogledano 15. 9. 2019).

Popis slika

1.	Taksonomija prepoznavanja lica s označenim pristupima za prepoznavanje lica pomoću SVD-a (Napravljeno prema: [4])	3
2.	Tehnologija za biometrijsko skeniranje na aerodromu u Atlanti [8]	4
3.	Skica dimenzija matrica kod SVD-a	5
4.	Slika i njezin skraćeni matični oblik	8
5.	Skica pretvaranja matičnog oblika slike u vektorski oblik slike	9
6.	UML dijagram aktivnosti za postupak prepoznavanja lica	12
7.	Grafički prikaz prostora lica i koordinatnih vektora slika lica	15
8.	Primjeri slika lica iz Yale seta podataka	17
9.	Primjer slika lica iz JAFFE baze podataka	18
10.	Primjer slika lica iz Senthil seta podataka	19
11.	Primjer korištenja biblioteka u programskom rješenju	20
12.	Primjer korištenja opisanig metoda	23
13.	Dijagram aktivnosti za postupak prepoznavanja jednog novog lica	24
14.	Primjer prikaza rezultata prepoznavanja jednog novog lica na setu podataka Yale	25
15.	Primjer prikaza rezultata prepoznavanja jednog novog lica na setu podataka JAFFE	26
16.	Primjer prikaza rezultata prepoznavanja jednog novog lica na setu podataka Senthil	27
17.	Dijagram aktivnosti za postupak analize točnosti prepoznavanja novog lica	28
18.	Prikaz prvog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Yale	30
19.	Krivo prepoznat pojedinac 7 umjesto pojedinca 15 na podacima za treniranje <i>TD8</i>	31
20.	Prikaz prvog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka JAFFE	32
21.	Prikaz prvog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Senthil	33

22.	Prikaz drugog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Yale	35
23.	Prikaz drugog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka JAFFE	36
24.	Prikaz drugog rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Senthil	37
25.	Prikaz trećeg rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Yale	38
26.	Prikaz trećeg rezultata prepoznavanja lica na setu podataka JAFFE	39
27.	Prikaz trećeg rezultata prepoznavanja lica na setu podataka Senthil	39

Popis tablica

1.	Tablica usporedbe značajki pojedinih setova podataka sa slikama licima	16
2.	Popis tipova slika lica iz Yale seta podataka sa slikama licima	17
3.	Popis tipova slika lica iz Yale baze podataka s licima	18
4.	Popis tipova slika lica iz Senthil seta podataka s licima	19
5.	Postotak pogreške u prepoznavanju lica na nasumičnim podacima za treniranje .	40
6.	Postotak pogreške u prepoznavanju lica na promišljenim podacima za treniranje	40
7.	Postotak pogreške u prepoznavanju lica na usporednim podacima za treniranje .	40