SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE

V A R A Ž D I N

Marija Pađan-Dabac

ANALIZA VREMENSKIH NIZOVA KORIŠTENJEM TRENDA

ZAVRŠNI RAD

Varaždin, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE

V A R A Ž D I N

Marija Pađan-Dabac

Matični broj: K-44179/15-I

Studij: Primjena informacijske tehnologije u poslovanju

ANALIZA VREMENSKIH NIZOVA KORIŠTENJEM TRENDA

ZAVRŠNI RAD

Mentorica:

izv. prof. dr. sc. Jasminka Dobša

Varaždin, 2018.

Zahvala

Prvenstveno se želim zahvaliti izv. prof. dr. sc. profesorici Jasminki Dobša na uloženom trudu, pomoći, savjetima, preporukama i strpljenju kod izrade ovog rada.

Zahvaljujem se Gradskoj knjižnici Čazma, Gradskoj knjižnici „Franjo Marković“ Križevci i srednjoškolskoj knjižnici „Ivan Seljanec“ Križevci koje su mi omogućile raznu literaturu za ovaj rad.

Sljedeća zahvala je mojoj obitelji koja mi je omogućila put do ovdje, do kraja fakulteta, i što su bili uz mene na ovom napornom putu punom rada, učenja i borbe.

Zadnja zahvala je samoj sebi što sam se izborila, namučila i naučila da bi došla do diplome.

HVALA!

S ponosom,

Marija Pađan-Dabac

Marija Pađan-Dabac

Izjava o izvornosti

Izjavljujem da je moj završni rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristio drugim izvorima osim onima koji su u njemu navedeni. Za izradu rada su korištene etički prikladne i prihvatljive metode i tehnike rada.

Autor/Autorica potvrdio/potvrdila prihvaćanjem odredbi u sustavu FOI-radovi

SAŽETAK

U završnom radu ću opisivati i pojasniti Analizu vremenskih nizova korištenjem trenda. Prvo ću općenito pisati o vremenskim nizovima pa ću se nakon toga posebno osvrnuti na linearni, eksponencijalni i polinomijalni trend. Za svaki trend ću izabrati realne podatke i primijeniti na njima metodu trenda za prognoziranje kretanje pojave u budućnosti.

Ključne riječi: trend, vremenski niz, linearni, eksponencijalni, polinomijalni, prognoziranje

SADRŽAJ

1. UVOD 1

2. VREMENSKI NIZ 2

2.1. O vremenskom nizu 2

2.2. Svojstvo kumulativnosti 2

2.2.1. Intervalni vremenski niz 2

2.2.2. Trenutačni vremenski niz 3

2.3. Način formiranja frekvencija 3

2.3.1. Izvorni niz 3

2.3.2. Izvedeni niz 3

2.4. CILJEVI I ZADAĆE ANALIZE VREMENSKIH SERIJA 3

2.5. GRAFIČKO PRIKAZIVANJE I USPOREĐIVANJE VREMENSKIH NIZOVA 4

3. INDEKSI VREMENSKOG NIZA 6

3.1. Individualni indeksi 6

3.1.1. Lančani indeksi 6

3.1.2. Indeksi stalne baze 7

3.2. Skupni indeksi 7

3.2.1. Skupni indeks cijena 8

3.2.2. Skupni indeks količina 9

3.2.3. Skupni indeks vrijednosti 10

4. KOMPONENTE VREMENSKOG NIZA 11

4.1. Srednje vrijednosti vremenskih nizova 12

4.1.1. Aritmetička sredina intervalnog vremenskog niza 12

4.1.2. Geometrijska sredina 13

4.1.3. Prosječna stopa promjena 13

5. LINEARNI TREND 14

6. EKSPONENCIJALNI TREND 19

7. POLINOMIJALNI TREND 25

8. PROGRAM EXCEL 26

9. ZAKLJUČAK 28

LITERATURA 29

POPIS SLIKA 31

POPIS TABLICA 32

1. UVOD

Završni rad ću podijeliti na nekoliko glavnih naslova i nekoliko manjih podnaslova. Rad će se sastojati od teorijskog djela i praktičnog prikaza zadataka u programu Excel.

Praćenje razvoja pojava u vremenu vrlo je važno za sve aspekte bilo u društvenom, poslovnom, ekonomskom ili gospodarskom smislu.

Svrha statističke analize je da nam pruži pokazatelje razvoja pojava u vremenu. Rezultati analize i statistički modeli vremenskih serija rabe se pri prosudbi proteklog razvoja i za predviđanje pojave koje one predočuju.

Statistička analiza vremenskih pojava koristi modele i metode deskriptivne i inferencijalne statistike. Deskriptivna se koristi tabelarnim i grafičkim prikazima, relativnim brojevima, pokazateljima dinamike, a inferencijalna statistika polazi od statističkih modela i metoda vremenskih serija. [Kero, Dobša, Bojanić-Glavica; Statistika diferencijalna i inferencijalna i vjerojatnost; 2008.; str. 173]

Kroz završni rad ću probati što bolje i jednostavnije pojasniti analizu vremenskih nizova korištenjem linearnog, eksponencijalnog i polinomijalnog trenda. Općenito ću razraditi temu vremenskog niza, indeksa, pa ću se nakon toga osvrnuti na svaki trend posebno i prikazati ih na primjerima zadataka. Zadatke ću riješiti i prikazati putem programa Excel, jer ima razne mogućnosti s kojima olakša i ubrza „posao“.

2. VREMENSKI NIZ

2.1. O vremenskom nizu

Dinamika promjena pojava prati se pomoću vremenskog niza.

„Vremenski niz je skup strogo uređenih vrijednosti varijable koja predočuje određenu pojavu ili neki statistički proces u vremenu.“[1] Vremenski niz čine kronološki sređene vrijednosti pojave $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$, gdje je Y_t frekvencija vremenskog niza, a t je brojač vremenskih intervala ili točaka. Broj *n* predstavlja duljinu vremenskog niza.

Vrijednosti varijable (podaci) povezani su uzastopnim jednakim vremenskim intervalima tj. to su jednako vremenski udaljene točke. Za vremenske nizove bitan je vremenski poredak podataka.

U analizi vremenskih serija koriste se različiti modeli i metode. Izbor odgovarajućih metoda i modela zavisi od postavljenog cilja analize i karakteristika pojave koja je predočena vremenskom serijom.

„Klasifikacija vremenskih nizova moguća je prema kriterijima, a najčešće se koristi svojstvo kumulativnosti i načinu formiranja frekvencija vremenskog niza.“[2]

2.2. Svojstvo kumulativnosti

2.2.1. Intervalni vremenski niz

Intervalni vremenski niz nastaje zbrajanjem vrijednosti pojave po vremenskim intervalima. Nužno je da intervali budu jednaki. Interval može biti npr. dan, tjedan, mjesec, tromjesečje, godina. Ima svojstvo kumulativnosti jer se vrijednosti njegovih članova mogu postupno zbrajati. Mogu se prikazivati linijskim i površinskim grafikonom.

[1] Kero, Dobša, Bojanić-Glavica; Statistika diferencijalna i inferencijalna i vjerojatnost; 2008.; str. 173
[2] http://ef.sve-mo.ba/arhiva/materijal/1_SS/statistika/osnove%20statistike%20-%20vremenski%20nizovi.pdf; Ekonomski fakultet; Sveučilište u Mostaru; Osnove statistike (29.07.2018.)

2.2.2. Trenutačni vremenski niz

Članovi trenutačnog vremenskog niza brojčano izražavaju stanje pojave. Trenutačni vremenski niz predstavljen je kronološkim uređenim vrijednostima koje su u vezi s odabranim vremenskim točkama. [Kero, Dobša, Bojanić-Glavica; Statistika diferencijalna i inferencijalna i vjerojatnosti; 2008.; str. 173]

Nema svojstvo kumulativnosti. Prikazuju se samo linijskim grafikonima.

2.3. Način formiranja frekvencija

2.3.1. Izvorni niz

Izvorni niz je vremenski niz gdje su vrijednosti izražene u izvornim mjernim jedinicama. Frekvencije izvornog niza nastaju neposrednim mjerenjem pojave u odabranim intervalima vremena ili u odabranim vremenskim točkama.

2.3.2. Izvedeni niz

Frekvencije izvedenog niza nastaju kronološkim uređenjem vrijednosti koje su dobivene na temelju raznih brojčanih operacija na vrijednostima izvornog niza ili više njih.

2.4. CILJEVI I ZADAĆE ANALIZE VREMENSKIH SERIJA

Da bi se razumjela analiza vremenskih nizova, trebali bi se definirati ciljevi.

Ciljevi analize vremenskih serija su opisivanja razvoja pojava u vremenu, objašnjavanje varijacija pojava te predviđanje buduće razine pojave.

Ciljevi analize vremenskih serija:

- *Opisivanje*- koristi se grafičko prikazivanje serije u odnosu na vrijeme to jest grafikon točaka
- *Objašnjavanje*- svodi se na uočavanje mehanizma koji generira pojavu i odnosa koji povezuju varijable

- *Predviđanje*- sastoji se u prognoziranju budućeg stanja i kretanja pojave temeljem prošlih vrijednosti varijabli, zahtijeva postojanje modela koji će opisati vremenski niz
- *Filtriranje*- svodi se na upotrebu podataka vremenskog niza s ciljem procjenjivanja ne opaženih komponenata samog niza
- *Kontroliranje*- analiza vremenskog niza omogućava kontrolu procesa koji generiraju niz

Zadaće analize vremenskih serija:

- deskripcija proteklog razvoja pojave u vremenu
- objašnjenje njezine varijacije pomoću drugih pojava
- predviđanje i kontrola dinamičkih procesa
- objašnjenje varijacije jedne varijable pomoću drugih varijabli
- kvantifikacija sezonske komponente i drugih sustavnih komponenti

[https://fmtu.lumens5plus.com/sites/fmtu.lumens5plus.com/files/104-f2366935121bb3fb70e0525f661bc7fe.pdf, Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu u Opatiji, Ekonometrija, 29.07.2018.]

2.5. GRAFIČKO PRIKAZIVANJE I USPOREĐIVANJE VREMENSKIH NIZOVA

Grafički prikaz je osnovno sredstvo u analizi vremenskog niza. Grafikon sadrži oznake: naslov, oznake vremenskih jedinica, naziv mjerne jedinice vrijednosti niza i izvor. Može sadržavati i legendu i mrežu koja povećava preglednost grafikona.

Površinskim grafikom se prikazuje intervalni vremenski niz. To su jednostavni stupci i crta se kao histogram. Stupac se podiže iznad baze određene vremenske jedinice do visine koja je određena frekvencijom vremenskog niza.

Linijski grafikon prikazuje intervalni i trenutačni vremenski niz. Predstavlja liniju dobivenu spajanjem točaka kod kojeg je svaka točka na grafikonu podignuta nad sredinom vremenske jedinice (ako je vremenski niz intervalni), odnosno iznad onog mjesta na apscisi koje se odnosi na trenutak kada je pojava snimljena (ako je vremenski niz trenutačni) do visine koja je određena frekvencijom vremenskog niza.

Polarni grafikon se koristi za prikaz periodičnog ili sezonskog obnavljanja. Sastoji se od radijvektora, kojih ima dvanaest ako su podaci mjesečni, a ima ih četiri ako su podaci tromjesečni. Na jednom radijvektoru se nalazi aritmetičko mjerilo za vrijednosti niza. Mreža polarnog grafikona se sastoji od koncentričnih krugova koji prolaze istaknutim točkama aritmetičkog mjerila. Kut između dvaju susjednih vektora iznosi 30 ili 90 stupnjeva, a pripadajući isječak označava mjesec ili tromjesečje.

Vrlo česta je nužna grafička usporedba dvaju ili više vremenskih nizova. Vremenski nizovi kojima su vrijednosti izražene u istim mjernim jedinicama grafički se uspoređuju na grafikonu s aritmetičkim mjerilima. Usporedba je prikladna i moguća ako vrijednosti niza nisu na izrazito različitim brojčanim razinama. Pri tumačenju takvih prikaza promatraju se razlike u visinama stupaca, odnosno ordinata točaka ili strmina linije u istim razdobljima.

Vremenski nizovi se uspoređuju grafikonom višestrukih stupaca, linijskim grafikonom s aritmetičkim mjerilima na osima i polulogaritmaskim grafikonom.

[Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole sa zbirkom zadataka; Školska knjiga, 2. izdanje; 2008.]

3. INDEKSI VREMENSKOG NIZA

Primjenom indeksnih brojeva na jednostavan način uočavaju se osnovne osobitosti razvoja pojava u vremenu. Njima se omogućuje usporedba nizova s različitim vrijednostima ili usporedba nizova s vrijednostima izraženima u različitim mjernim jedinicama.

Indeks vremenskog niza je relativan broj koji izražava omjere različitih stanja jedne pojave ili skupine pojava u različitim vremenima ili vremenskim točkama.

Indeksne brojeve dijelimo na individualne i lančane.

3.1. Individualni indeksi

Individualni indeksi pojavljuju se u dva oblika, kao lančani (verižni, promjenjive baze) indeksi i kao indeksi stalne baze.

3.1.1. Lančani indeksi

Lančani indeks se izračuna tako da se vrijednost niza podijeli s prethodnom vrijednošću, a zatim pomnoži sa 100, pa se treća vrijednost podijeli s drugom vrijednošću niza i pomnožim sa 100, i tako redom.

$$Y_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \bullet 100$$

„Lančani indeksi izračunati za neki vremenski niz pokazuju smjer kretanja pojave s time da lančani indeksi veći od 100 pokazuju da je pojava porasla u razmatranom razdoblju na prethodno razdoblje, a lančani indeksi manji od 100 pokazuju pad pojave u razmatranom razdoblju u odnosu na prethodno razdoblje.“[3]

Kada se od lančanog indeksa odbije 100, dolazi se do individualne stope rasta ako je razlika pozitivna, ili do individualne stope pada ako je razlika negativna.

$$s_t = V_t - 100$$

[3] Kero, Dobša, Bojanić-Glavica; Statistika diferencijalna i inferencijalna i vjerojatnost; 2008.; str. 174

Grafički se prikazuju jednostavnim stupcima tj. linijama okrenutim iznad baze 100 ako su lančani indeksi veći od 100, ili se prikazuju linijama okrenutim ispod baze 100 ako su lančani indeksi manji od 100.

3.1.2. Indeksi stalne baze

Frekvencija jednog vremenskog niza podijeli se s frekvencijom nekog razdoblja uzetog za bazu te se dobiveni kvocijent pomnoži sa 100.

$$I_t = \frac{Y_t}{Y_b} \bullet 100$$

Značajno je odabiranje stalne baze jer ta baza bi trebala biti razdoblje koje je reprezentativno za promatranu pojavu to jest to bi trebalo biti razdoblje u kojem pojava nije bila izložena posebnim utjecajima.

Od indeksa na stalnoj bazi se oduzme 100 te se dobiveni broj interpretira kao postotak koji pokazuje za koliko se pojava relativno povećala ili smanjila.

$$s_t = I_t - 100$$

Indeksi stalne baze se najčešće prikazuju linijskim grafikonom.

3.2. Skupni indeksi

„Skupni indeksi su relativni brojevi koji služe za istodobno praćenje razvoja u vremenu između dviju ili više pojava koje čine logičnu cjelinu.“[4] Uvođenjem u analizu skupnih indeksa dolazi se u poziciju da se izrazi smjer i relativna promjena u kretanju ovih pojava.

Dijele se na: skupni indeks cijena, skupni indeks količina i skupni indeks vrijednosti.

[4] Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole sa zbirkom zadataka; Školska knjiga, 2. izdanje; 2008.

3.2.1. Skupni indeks cijena

Izražava se u relativnom iznosu i u prosjeku promjena cijena skupine različitih pojava. Pri izračunu vrijednosti potrebno je odstraniti utjecaj promjene količina, koji se postiže tako da pri utvrđivanju vrijednosti pondera polazi se od stalnih količina, količina jednog razdoblja. Značenje cijene pojedinog člana skupine ovisi o pripadajućoj količini tj. o vrijednosti kao umnošku cijene i količina.

Promjene cijena skupine pojava promatraju se za dva ili više razdoblja, te je potrebno izabrati razdoblje u kojem su količine fiksne. Može biti *bazično razdoblje, tekuće razdoblje* ili *njihova kombinacija.*

Skupni indeks cijena računa se kao ponderirana aritmetička sredina. Ako su pojedine cijene u skupini pondera količine bazičnog razdoblja, takav izračun indeksa se naziva **Laspeyresovim indeksom cijena.**

$$I_c(L) = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i1} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} q_{i0}} \bullet 100$$

L - Laspeyresov skup indeksa cijena

p_{i0} – cijene bazičnog razdoblja, razdoblja 0

p_{i1} – cijene izvještajnog razdoblja, razdoblja 1

q_{i0}, q_{i1} – količina bazičnog i izvještajnog razdoblja

Skupni indeks cijena polazi od količina tekućega (izvještajnog) razdoblja tj. od njihovih vrijednosti, naziva se **Paascheovim indeksom cijena**.

$$I_c(P) = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} q_{i1}} \bullet 100$$

Fisherov indeks cijena računa se na temelju geometrijske sredine Laspeyresova i Paascheova indeksa.

$$I_c(F) = \sqrt{I_c(L) \bullet I_c(P)}$$

3.2.2. Skupni indeks količina

Potrebno je osim cijena tijekom vremena pratiti i promjene količina. Skupni indeks količina je ponderirana sredina količina. Pri utvrđivanju vrijednosti polazi se od stalnih cijena u danom razdoblju i uzmu li se u obračun te iste cijene, dobivene vrijednosti i njihove promjene ovisit će o promjenama količina.

Skupni indeks količina može biti na temelju cijena baznog razdoblja i na temelju cijena izvještajnog razdoblja.

Laspeyresov indeks količina obračuna vrijednosti količina na temelju nepromijenjenih cijena bazičnog razdoblja.

„Laspeyresov indeks količina pokazuje kolika je prosječna promjena količina skupine pojava polazeći od vrijednosti obračunanih po cijenama bazičnog razdoblja.“[5]

$$I_k(L) = \frac{\sum_{i=1}^{k} q_{i1} p_{i0}}{\sum_{i=1}^{k} q_{i0} p_{i0}} \bullet 100$$

Paascheov indeks količina u obračunu vrijednosti polazi od cijena u izvještajnom razdoblju.

„Paascheov indeks pokazuje kolika je prosječna promjena količina skupine pojava polazeći od vrijednosti obračunanih po cijenama iz tekućeg razdoblja.“

$$I_k(P) = \frac{\sum_{i=1}^{k} q_{i1} p_{i1}}{\sum_{i=1}^{k} q_{i0} p_{i1}} \bullet 100$$

S promjenom razdoblja mijenjaju se i ponderi Paascheova indeksa količina.

Fisherov indeks količina je geometrijska sredina Laspeyresova i Paascheova indeksa količina.

$$I_k(F) = \sqrt{I_k(L) \bullet I_k(P)}$$

[5] Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole sa zbirkom zadataka; Školska knjiga, 2. izdanje; 2008.

3.2.3. Skupni indeks vrijednosti

Veličina skupnog indeksa vrijednosti je rezultat istodobnog utjecaja količina i cijena u uspoređenim razdobljima.

„Skupni indeks vrijednosti izračuna se tako da se vrijednost skupine pojava u izvještajnom razdoblju (razdoblju 1) podijeli s vrijednošću u baznom razdoblju (razdoblju 0), a omjer se pomnoži sa 100."[6]

$$I_v = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{k} p_{i0} q_{i0}} \bullet 100$$

„Indeks vrijednosti jednak je umnošku Laspeyresova indeksa cijena i Paascheova indeksa količina ili umnošku Laspeyresova indeksa količina i Paascheova indeksa cijena."[7]

$$I_v = I_c(L) \bullet I(P) \bullet 100$$

ili

$$I_v = I(L) \bullet I_k(P) \bullet 100$$

Spomenuti odnosi skupnih indeksa nam omogućuju da pomoću dva poznata indeksa izračunamo treći indeks.

[6] Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole sa zbirkom zadataka; Školska knjiga, 2. izdanje; 2008.
[7] Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole sa zbirkom zadataka; Školska knjiga, 2. izdanje; 2008.

4. KOMPONENTE VREMENSKOG NIZA

Raščlamba vremenskog niza je kada se razvoj pojave predočene vremenskim nizom može prikazati u obliku kombinacije komponente trenda, sezonske, ciklične i slučajne komponente. [Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole sa zbirkom zadataka; Školska knjiga, 2. izdanje; 2008]

„**Trend komponenta** je vrijednost koja se izražava matematičkom funkcijom i pokazuje tendenciju promjena neke pojave u zavisnosti od vremena.“[8] Neki od poznatijih trendova: linearni, eksponencijalni, polinomijalni itd. Trend može biti po obliku linearan ili krivolinijski, po smjeru pozitivan ili negativan, a po intenzitetu vrlo različite gradacije jer ovisi o pojavi koja se ispituje. Trend možemo uočiti ako raspolažemo nizom koji ima veći broj članova.

Analizom neke pojave pomoću trenda želi se otkriti zakonitost razvoja pojave i na temelju te uočene zakonitosti predvidjeti daljnja kretanja i opći razvoj pojave.

Sezonska komponenta je ako se pojava ponavlja na sličan način s jednogodišnjim razdobljem. Razdoblje s najvećim sezonskim utjecajem zove se puna sezona, a s najmanjim sezonskim utjecajem zove se mrtva sezona. Do raznih promjena i obilježja pojava dolazi od klimatskih uvjeta, navika ljudi, potrošnje itd. Očituje se samo ako su intervali promatranja kraći od jedne godine tj. ako su podaci mjesečni ili kvartalni.

Ciklična komponenta je ako se pojava ponavlja tijekom više od jedne godine. U statističkoj analizi trend i ciklična komponenta se spajaju u jedinstvenu komponentu trend-ciklus.

Slučajna komponenta je odstupanja vrijednosti vremenske serije od kovarijacije određenog oblika, ta odstupanja ne očituju pravilnost i slučajna su.

Pri izboru statističko-analitičkih veličina kojima se opisuju svojstva vremenskog niza po pravilu se uzimaju u obzir predočene kovarijacije vrijednosti niza u vremenu. Rabi se aritmetička sredina vrijednosti članova niza, geometrijska sredina, prosječna stopa promjena.

[8] Branica, Žužul; Statistika; Treće, dopunjeno izdanje; Informator; 1998.

4.1. Srednje vrijednosti vremenskih nizova

4.1.1. Aritmetička sredina intervalnog vremenskog niza

Izračunava se tako da se zbroje sve frekvencije niza i dobivenu sumu podijeliti s brojem vremenskih grupa.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{k} y_t}{k}$$

Aritmetička sredina intervalnog niza ima svojstva kao i aritmetička sredina numeričkog niza. Konstantna je i neovisna o vremenu. Ocjena njezine reprezentativnosti donosi se na osnovi varijance, standardne devijacije i koeficijenta varijacije.

varijanca:

$$\sigma_y{}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{k} (y_t - \bar{y})^2}{k} \quad ili \quad \sigma_y{}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{k} y_t^2}{k} - \overline{(y)}^2$$

standardna devijacija:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{k} (y_t - \bar{y})^2}{k}}$$

koeficijent varijacije:

$$V_y = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} \bullet 100$$

4.1.2. Geometrijska sredina

Na geometrijsku sredinu utječu svi članovi niza. Ima naročitu primjenu unutar vremenskog niza koji ima jedan ili više članova pozitivne ekstremne vrijednosti.

$$G = \sqrt[k]{y_1 \, x \, y_2 \, x \ldots x \, y_k}$$

k-broj vremenskih termina promatrane pojave tj. broj članova vremenskog niza

Geometrijska sredina je značajna prilikom izračunavanja prosječnog lančanog indeksa na temelju kojeg se dobije prosječna stopa rasta ili pada promatrane pojave.

4.1.3. Prosječna stopa promjena

Prosječna stopa promjene pojave u jedinici vremena izračunava se na osnovi prosječnog lančanog indeksa.

$$\bar{s} = G \bullet 100 - 100$$

5. LINEARNI TREND

„Kada pojava pokazuje u istim vremenskim razdobljima približno istu apsolutnu promjenu (pad ili prirast), kaže se da je njezino kretanje približno linearno i da se može izraziti linearnim modelom.“[9]

Jednadžba linearnog trenda:

$$y_t = a + bx$$

Za svaki konkretni slučaj moraju se izračunati parametri *a* i *b*:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{k} y_i}{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 - \bar{x}\sum_{i=1}^{k} x_i}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

„Parametar **a** u jednadžbi linearnog trenda jednak je ordinati u ishodištu, drugim riječima to je vrijednost funkcije u točki **x** = **0**.

Parametar **b** u jednadžbi trenda označuje veličinu za koju će se promijeniti ordinata ako se **x** poveća za jednu jedinicu, tj. **b** označuje promjenu ordinate za svaku jedinicu **x**. Ako parametar **b** ima pozitivan predznak, onda označuje veličinu za koju će ordinata porasti za svaku jedinicu **x**, i obratno: ako **b** ima negativan predznak, onda označuje veličinu za koju će ordinata biti manja za svaku jedinicu **x**. Zbog toga se parametar **b** naziva *koeficijent smjera trenda*, jer o njegovom predznaku ovisi je li pravac uzlazan ili silazan, da li pokazuje neprekidan porast, ili neprekidan pad.“[10]

Stupanj reprezentativnosti linearnog trenda mjeri se apsolutnim i relativnim mjerama reprezentativnosti (disprezije). „Reprezentativnost objašnjava kretanje ovisne varijable vremenskog niza Y kroz vrijeme X.“[11]

Apsolutne mjere jesu varijanca i standardna devijacija. Relativna mjera je koeficijent varijacije.

[9] Serdar, Šošić; Uvod u statistiku; 7. izmijenjeno izdanje; Školska knjiga; 1992.; str. 174.
[10] Serdar; Udžbenik statistike; Školska knjiga; 1977.; str. 211
[11] http://www.efos.unios.hr/imijoc/wp-content/uploads/sites/71/2013/09/Primjena-statisti%C4%8Dkih-metoda-s-naglaskom-na-trend-korelaciju-i-regresiju.pdf ; Ličina, Lisjak; Primjena statističkih metoda s naglaskom na trend, korelaciju i regresiju; Ekonomski fakultet u Osijeku; 2014.; 08. 08 .2018.

varijanca:

$$\sigma_{yt}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(y_i - y_{ti})^2}{k}$$

standardna devijacija:

$$\sigma_{yt} = \sqrt{\sigma_{yt}^2}$$

koeficijent varijacije:

$$V_{yt} = \frac{\sigma_{yt}}{\bar{y}} \bullet 100$$

y_t-frekvencija vremenskog niza za razdoblje t

y_{ti}-trend vrijednosti razdoblja t

k-broj vremenskih grupa

Linearni trend opisuje razvoj pojave u smislu prosjeka pa je potrebno utvrditi njegovu reprezentativnost.

Što su apsolutne i relativne mjere manjeg numeričkog izraza, to je trend reprezentativniji i obratno.

Trend vrijednosti koje se dobiju izračunom predstavljaju novi vremenski niz koji se promatraju kao teorijski podaci promatrane pojave.

Primjer linearnog trenda prikazati ću kroz zadatka koji prikazuje Broj korisnika (starosnih) mirovina u RH od 2012. do 2017.:

Tablica 1. Broj korisnika (starosnih) mirovina u RH

Godina	Broj korisnika u 000 y_t	Varijabla vrijeme x_t	x_t^2	$x_t y_t$	Trend vrijednosti $\hat{y}_t$	Rezidualna odstupanja $y_t - \hat{y}_t$	Broj korisnika y_t^2
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
2012.	638	1	1	638	654.33	-16.33	407 044
2013.	653	2	4	1 306	642.93	10.07	426 409
2014.	662	3	9	1 986	631.53	30.47	438 244
2015.	599	4	16	2 396	620.13	-21.13	358 801
2016.	601	5	25	3 005	608.73	-7.73	361 201
2017.	602	6	36	3 612	597.33	4.67	362 404
Ukupno	3 755	21	91	12 943	3 755.00000	0	2 354 103

Izvor: Statističke informacije Hrvatskog zavoda za mirovinsko osiguranje, http://www.mirovinsko.hr/default.aspx?id=723 (10.10.2018.)

broj članova niza: **N**=6

aritmetička sredina varijable vrijeme: $\bar{\boldsymbol{x}} = \frac{21}{6} = 3.5$

aritmetička sredina niza broj korisnika: $\bar{\boldsymbol{y}} = \frac{3\,755}{6} = 625.83$

Izračun parametara ***a*** i ***b:***

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{k} y_i}{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 - \bar{x}\sum_{i=1}^{k} x_i} = \frac{12\,943 - 3.5 \bullet 3\,755}{91 - 3.5 \bullet 21} = -11.4$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 625.83 - (-11.4) \bullet 3.5 = 665.73$$

Jednadžba linearnog trenda:

$$\hat{y}_t = a + bx = 665.73 + (-11.4)x$$

Ishodište je 31.12.2012.

Jedinica za x je 1 godina.

Jedinica za y je tisuću umirovljenika.

Koeficijent linearnog trenda **b** iznosi -11.4 što znači da u razdoblju od 2012. do 2017. broj korisnika (starosnih) mirovina na godišnjoj bazi opada otprilike za 11 400 umirovljenika godišnje.

Razlika između broja korisnika (starosnih) mirovina za godinu u nizu i trend vrijednosti za istu godinu predočuje rezidualno odstupanje.

Mjerenje reprezentativnosti:

standardna devijacija trenda:

$$\sigma_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N} y^2 - a\sum_{t=1}^{N} y_t - b\sum_{t=1}^{N} x_t y_t}{N}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2\ 354\ 103 - 665.73 \ \bullet\ 3\ 755 - (-11.4) \bullet 12\ 943}{6}}$$

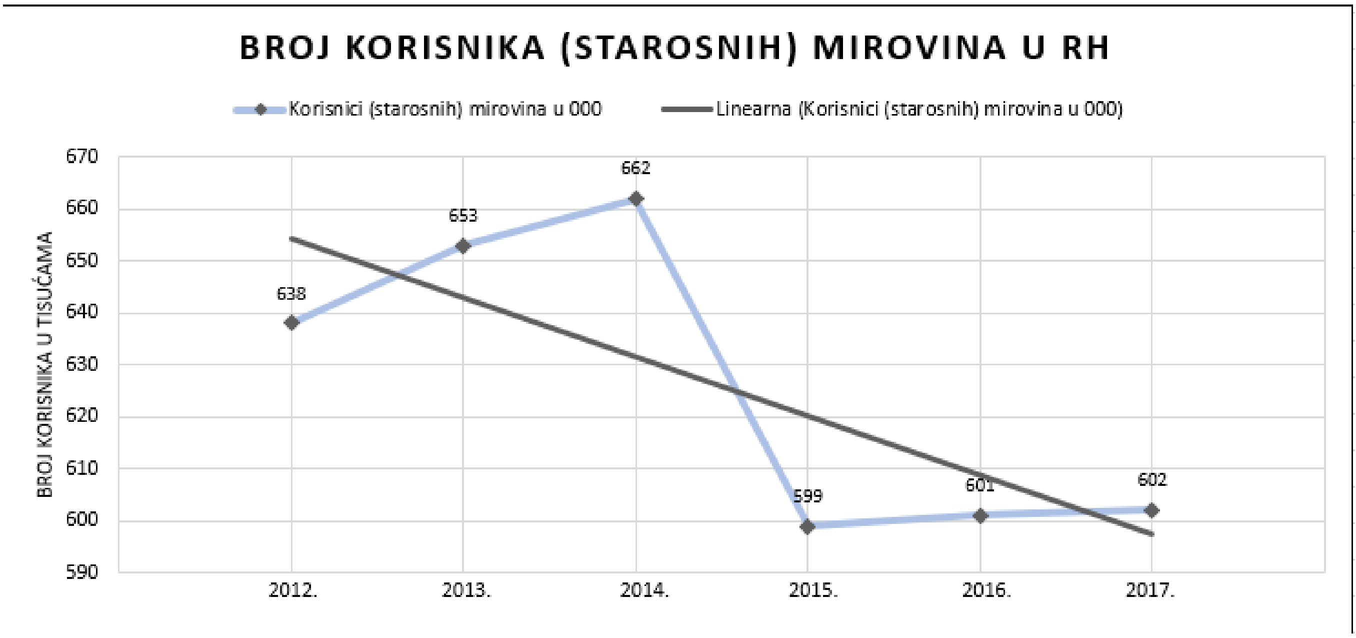
$$= 17.49785701$$

koeficijent varijacije:

$$V_{\hat{y}} = \frac{\sigma_{\hat{y}}}{\bar{y}} \bullet 100 = \frac{17.49785701}{625.83} \bullet 100 = 2.80\%$$

Standardna devijacija pokazuje da je odstupanje broja korisnika mirovina u RH od trend-vrijednosti korisnika 17.5 tisuća ili koeficijent varijacije koji pokazuje 2.80% odstupanja.

Prema navedenim mjerama disperzije model linearnog trenda u navedenom primjeru je reprezentativan. Linija trenda je ucrtana u grafikon.



Slika 1. Grafički prikaz linearnog trenda izrađen u Excelu

6. EKSPONENCIJALNI TREND

Eksponencijalni trend predstavlja pojavu koja se s vremenom mijenja za približno isti relativni iznos.

„Primjena eksponencijalne funkcije izvire iz njezina svojstva: za svaku jediničnu promjenu vrijednosti argumenta vrijednost eksponencijalne funkcije mijenja se za jednak relativni iznos. Na postojanje eksponencijalnog trenda upućuje verižni indeksi ili stope promjene jer oni svjedoče o promjenama razine pojave u uzastopnim razdobljima, i to u relativnom iznosu. Ako su ti pokazatelji približno konstantni, moguće je rabiti model eksponencijalnog trenda.“[12]

Eksponencijalni trend:

$$\hat{y}_t = a \bullet b^{x_t}$$

Jednadžba eksponencijalnog trenda:

$$log\hat{y}_t$$

Procjena parametara:

$$\log b = \frac{\sum_{t=1}^{N} x_t \, logy_t - \bar{x} \sum_{t=1}^{N} logy_t}{\sum_{t=1}^{N} x_t^2 - \bar{x} \sum_{t=1}^{N} x_t}$$

$$\log a = \frac{\sum_{t=1}^{N} logy_t}{N} - \bar{x} \bullet \log b$$

„Parametar **b** pokazuje prosječnu relativnu promjenu pojave u jedinici vremena. Ovaj parametar sadrži informacije o prosječnoj eksponencijalnoj stopi promjene trend vrijednosti.“[13]

$$S_b = (b - 1) \bullet 100$$

[12] Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole; 2. izdanje; Školska knjiga; 2001.; str. 239
[13] Kero, Dobša, Bojanić-Glavica; Statistika diferencijalna i inferencijalna i vjerojatnost; 2008.; str. 174

„Parametar **a** jest vrijednost trenda za razdoblje prije prvog razdoblja u nizu.“[14]

Reprezentativnost modela eksponencijalnog trenda mjeri se apsolutnom i relativnom mjerom. Apsolutna mjera reprezentativnosti je standardna devijacija, a relativna mjera reprezentativnosti je koeficijent varijacije.

Što su mjere reprezentativnosti manjih numeričkih vrijednosti to je trend reprezentativniji i obratno.

standardna devijacija:

$$\sigma_{yt\ log} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N}(logy_t - logy_t)^2}{N}}$$

koeficijent varijacije:

$$V_{yt\ log} = \frac{\sigma_{yt\ log}}{\overline{\log y}} \bullet 100$$

[14] Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole sa zbirkom zadataka; Školska knjiga, 2. izdanje; 2008.

Primjer eksponencijalnog trenda prikazat ću kroz zadatak koji prikazuje Broj prometnih nesreća u RH od 2004. do 2010.:

Tablica 2. Prometne nesreće u RH

Godina	**Prometne nesreće u 000** y_t	**Varijabla vrijeme** x_t	x_t^2	$logy_t$	$x_t logy_t$	**Vrijednost trenda** $\hat{y}_t$	**Logaritam vrijednosti trenda** $log\hat{y}_t$	$(logy_t - log\hat{y}_t)$	$(logy_t - log\hat{y}_t)^2$
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
2004.	76	0	0	1.880813592	0	70.09504195	1.8456873	0.035126292	0.001233856
2005.	58	1	1	1.763427994	1.763427994	65.19664587	1.814225253	-0.050797260	0.002580362
2006.	58	2	4	1.763427994	3.526855987	60.64056051	1.782763207	-0.019335213	0.000373850
2007.	61	3	9	1.785329835	5.355989505	56.40286444	1.75130116	0.034028675	0,001157951
2008.	53	4	16	1.724275870	6.897103478	52.46130791	1.719839114	0.004436756	0,000019685
2009.	50	5	25	1.698970004	8.494850022	48.79519605	1.688377067	0.010592937	0,000112210
2010.	44	6	36	1.643452676	9.860716059	45.38528016	1.656915021	-0.013462344	0,000181235
Ukupno	400	21	91	12.259697965	35.898943045	398.9768969	12.25910812	0.000589842	0,005659149

Izvor: Bilten o sigurnosti cestovnog prometa 2010., Ministarstvo unutarnjih poslova Republike Hrvatske, https://www.mup.hr/UserDocsImages/PROMET_STATISTIKA_2011/LIPANJ/BILTEN_promet_2010.pdf (10.10.2018.)

broj članova niza: **N**=7

aritmetička sredina varijable vrijeme: $\overline{\boldsymbol{x}} = \frac{21}{7} = 3$

aritmetička sredina niza broja zaposlenih u 000: $\overline{\boldsymbol{y}} = \frac{400}{7} = 57.14$

Izračun parametara log ***a*** i log ***b:***

$$log\,b = \frac{\sum_{t=1}^{N} x_t\; logy_t - \bar{x}\sum_{t=1}^{N} logy_t}{\sum_{t=1}^{N} x_t^2 - \bar{x}\sum_{t=1}^{N} x_t} = \frac{35.898943045 - 3 \bullet 12.259697965}{91 - 3\; \bullet\; 21}$$
$$= -0.03143395893$$

$$log\,a = \frac{\sum_{t=1}^{N} logy_t}{N} - \bar{x}\;\bullet log\,b = \frac{12.259697965}{7} - 3\;\bullet\;(-0.03143395893)$$
$$= 1.8456873$$

Pomoću parametra b određuje se prosječna stopa eksponencijalne promjene tj. stopa promjene vrijednosti trenda:

$$S_b = (b-1)\;\bullet\;100 = (10^{-0.03143395893} - 1)\;\bullet\;100$$
$$= (0.9301779517 - 1)\;\bullet\;100 = -6.98\%$$

Stopa promjene vrijednosti trenda pokazuje da je ukupan broj prometnih nesreća prosječno padao po stopi od 6.98%.

Vrijednost parametra **log b** -0.03143395893, a negativni broj se ne može logaritmirat, antilogiranjem $10^{-0.03143395893}$ dobije se parametar **b** 0.93011779517. Parametar **log a** iznosi 1.8456873, antilogiranjem $10^{1.8456873}$ dobijemo parametar **a** 70.09504195, te sada možemo dobiti jednadžbu eksponencijalnog trenda.

Eksponencijalni trend:

$$\hat{y}_t = a \bullet b^{x_t} = 70.09504195 \bullet 0.93011779517^{x_t}$$

Jednadžba eksponencijalnog trenda:

$$\log \hat{y}_t$$

Ishodište je 31.12.2004.

Jedinica za x je 1 godina.

Jedinica za y je 000 prometnih nesreća.

standardna devijacija:

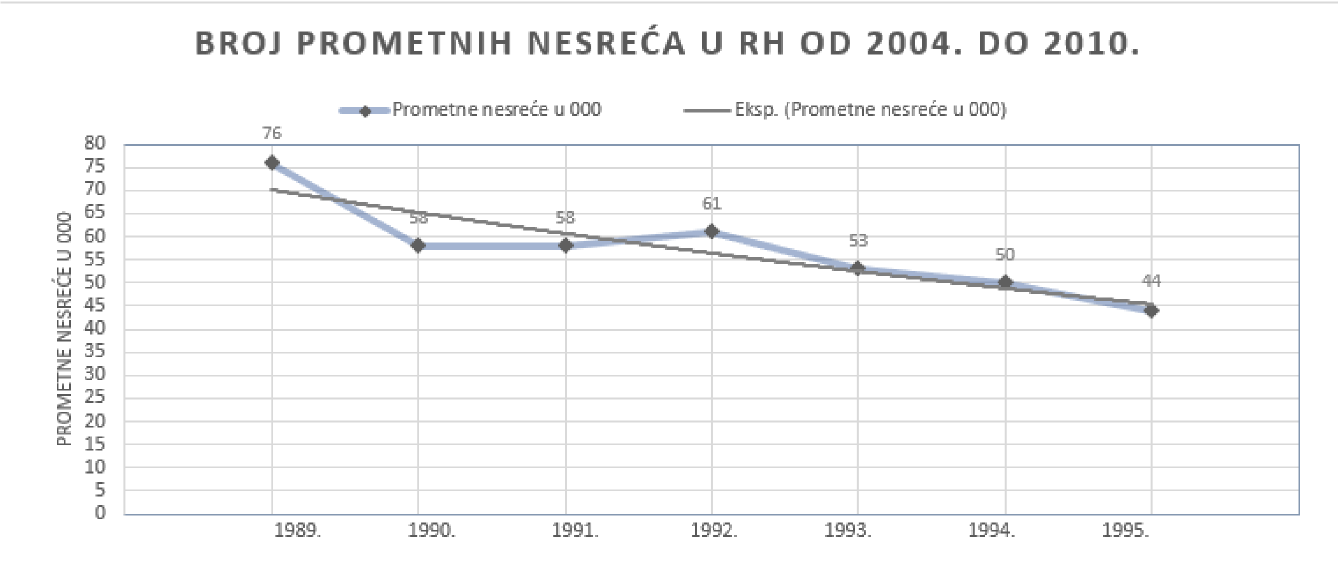
$$\sigma_{yt\ log} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N}(logy_t - logy_t)^2}{N}} = \sqrt{\frac{0.005659149}{7}} = 0.02843325267$$

koeficijent varijacije:

$$\overline{logy_t} = \frac{12.259697965}{7} = 1.751385424$$

$$V_{yt\ log} = \frac{\sigma_{yt\ log}}{\overline{log\ y_t}} \bullet 100 = \frac{0.02843325267}{1.751385424} \bullet 100 = 1.62\%$$

Standardna devijacija pokazuje da je odstupanje prometnih nesreća u 000 u RH od trend-vrijednosti prometnih nesreća 0.03 tisuće ili koeficijent varijacije koji pokazuje 1.62% odstupanja.



Slika 2. Grafički prikaz eksponencijalnog trenda izrađen u Excelu

7. POLINOMIJALNI TREND

Polinomijalni trend ima sljedeći oblik[15]:

$$y = a + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_K x^K + u$$

K-stupanj polinoma kojim opisujemo neki vremenski niz

u-odstupanje

Najčešće korišteni polinomi nižeg stupnja[16]:

- polinom drugog stupnja: $y = a + b_1 x + b_2 x^2$
- polinom trećeg stupnja: $y = a + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3$
- polinom četvrtog stupnja: $y = a + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 + b_4 x^4$

Ako je stupanj polinoma 1, tj. *k=1* => ocjenjuje se model linearnog trenda odnosno kada se vrijednost pojave u svakoj vremenskoj jedini mijenja za približno isti iznos.

Ako je stupanj polinoma *k* => ocjenjuje se model trend polinoma k-tog stupnja odnosno ako su te k-te diferencije vrijednosti vremenskog niza približno konstante ocjenjuje se (k+1) parametar trend polinoma.

[doc. dr. Snježana Pivac, Sveučilište u Splitu, Poslovna statistika]

[15] Serdar, Šošić; Uvod u statistiku; Školska knjiga; 2002.; str. 180.
[16] Kero, Bojanić-Glavica, 1998, str. 106

8. PROGRAM EXCEL

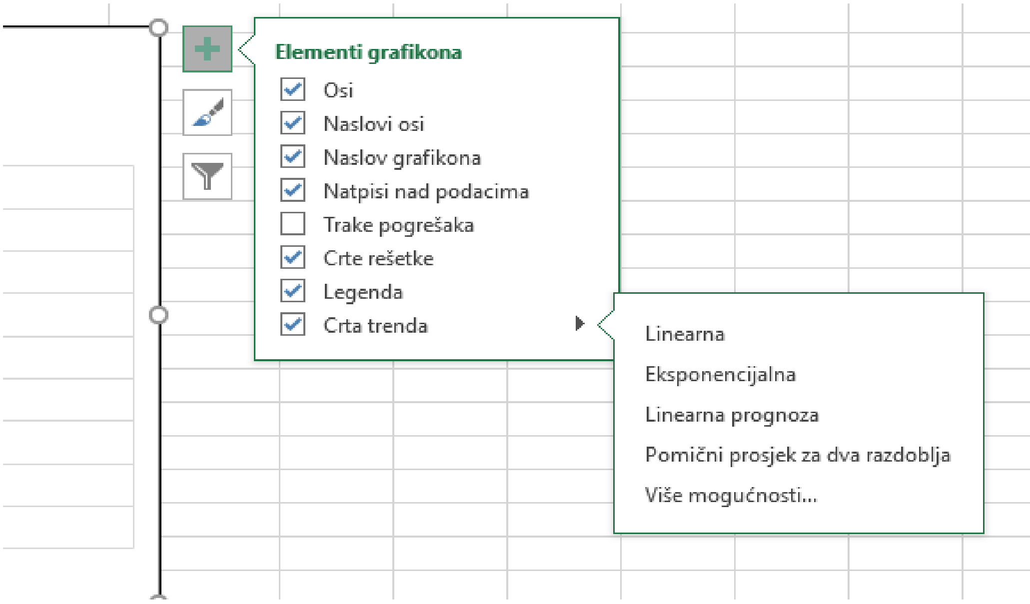
Excel je dio programskog paketa Microsoft Office. On uveliko olakšava i ubrzava statističke analize i izračune, te crtanje grafova.

„Primjena Excela u statistici:

- pohranjivanje podataka u memoriju kao osnovna funkcija
- manipuliranje podacima (promjena postojećih podataka, korištenje za obradu i sl.)
- grupiranje osnovnih brojčanih pokazatelja
- tabeliranje i utvrđivanje osnovnih brojčanih pokazatelja
- konstrukcija grafičkih prikaza (
- istraživanje karakteristika podataka
- provođenje numeričkih operacija za primjenu analitičkih metoda deskriptivne i inferencijalne statistike
- statističke simulacije
- predviđanje
- generiranje različitih prikaza podataka preko grafova, tablica i dijagrama
- vizualno oblikovanje izgleda prikaza podataka“[17]

U prethodnim zadacima sam izrađivala graf na najjednostavniji način tako da sam označila podatke u tablici koji su mi trebali, u mom slučaju su to bile godine i iz prve tablice korisnici mirovina, a iz druge tablice godine i zaposleni. Nakon toga izabirem grafikon, pritišćem *Elemente grafikona* i u ponudi imam *Crta trenda*, u crtama trenda mogu izabrati kakav trend hoću.

[17] Kadoić; Analiza vremenskih nizova korištenjem trenda, regresijskih i korelacijskih modela; Završni rad; 2009.



Slika 3. Izbornik u Excelu za grafički prikaz crte trenda

9. ZAKLJUČAK

Područja primjene statistike su mnogobrojna. S vremenom su se razvile statističke programske potpore koje omogućuju jednostavnu i brzu primjenu raznih složenih statističkih postupaka, postavljanje statističkih modela, izrada raznih grafova itd. Statističke metode predviđanja na temelju vremenskih nizova su jako važne jer pomoću njih se smanjuje rizik od donošenja pogrešnih odluka.

Trendovi grafički prikazuju sve oscilacije (padove i uspone) kroz godine.

Kroz linearni primjer zadatka, uvidjela sam da se broj korisnika (starosnih) mirovina opada za 11 400 Grafički prikaz tog zadatka prikazuje kako iz godine u godinu (2012.-2017.) opada broj korisnika (starosnih) mirovina u RH, ima nekih malih povećanja 2016. i 2017.

Kroz eksponencijalni primjer zadatka, uvidjela sam da broj prometnih nesreća u RH opada iz godine u godinu (2004.-2010.). Opadanje prosječno iznosi 6.98% godišnje koje sam dobila formulom za izračun stope promjene vrijednosti trenda.

„Statistički način mišljenja jednog će

dana za svakodnevni život građana postati jednako neophodan

kao znanje čitanja i pisanja."

H.G.Wells (1866. – 1946.)

LITERATURA

1. Kero, Dobša, Bojanić-Glavica; Statistika diferencijalna i inferencijalna i vjerojatnost; 2008

2. Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole sa zbirkom zadataka; Školska knjiga, 2. izdanje; 2008.

3. Šošić; Statistika, udžbenik za srednje škole; 2. izdanje; Školska knjiga; 2001

4. Žužul, Branica; Statistika; Treće, dopunjeno izdanje; Informator; 1998.

5. Serdar, Šošić; Uvod u statistiku; Školska knjiga; 2002.

6. Serdar, Šošić; Uvod u statistiku; 7. izmijenjeno izdanje; Školska knjiga; 1992.

7. Kadoić; Analiza vremenskih nizova korištenjem trenda, regresijskih i korelacijskih modela; Završni rad; pdf; 2009.

8. Mujić, Legčević, Mikrut; Statistika za pravnike; Pravni fakultet u Osijeku; 2009.

9.https://fmtu.lumens5plus.com/sites/fmtu.lumens5plus.com/files/104-f2366935121bb3fb70e0525f661bc7fe.pdf; Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu u Opatiji, Ekonometrija; 29. 07 .2018

10.http://ef.sve-mo.ba/arhiva/materijal/1_SS/statistika/osnove%20statistike%20-%20vremenski%20nizovi.pdf; Osnove statistike-Vremenski nizovi; 29. 07. 2018.

11.http://ss-ekonomsko-birotehnicka-st.skole.hr/upload/ss-ekonomsko-birotehnicka-st/images/static3/1035/File/PRILOG%202_3.pdf; autor: Suzana Mikulić; SS ekonomsko-birotehnička škola; 29. 07. 2018.

12.http://www.efos.unios.hr/imijoc/wp-content/uploads/sites/71/2013/09/Primjena-statisti%C4%8Dkih-metoda-s-naglaskom-na-trend-korelaciju-i-regresiju.pdf; Ličina, Lisjak; Primjena statističkih metoda s naglaskom na trend, korelaciju i regresiju; Ekonomski fakultet u Osijeku; 2014.; 08. 08 .2018.

13.https://www.pfri.uniri.hr/~bdrascic/STAT/vremenski-niz.pdf; Analiza vremenskih nizova-Grafičko prikazivanje, indeksi, srednje vrijednosti; 26. 07. 2018.

14. Materijali iz kolegija Poslovna statistika; doc. dr. Snježana Pivac; Sveučilište u Splitu; 06. 08. 2018.

15. http://stari.mup.hr/main.aspx?id=97002, MUP RH; 10.10.2018.

16. Bilten o sigurnosti cestovnog prometa 2010., Ministarstvo unutarnjih poslova Republike Hrvatske; 10.10.2018.

17.http://ef.sve-mo.ba/arhiva/materijal/1_SS/statistika/osnove%20statistike%20-%20vremenski%20nizovi.pdf; Ekonomski fakultet; Sveučilište u Mostaru; Osnove statistike; 29.07.2018.

18. http://www.mirovinsko.hr/default.aspx?id=723, Statističkih informacija Hrvatskog zavoda za mirovinsko osiguranje, HZMO; 10.10.2018.

POPIS SLIKA

Slika 1. Grafički prikaz linearnog trenda izrađen u Excelu 19
Slika 2. Grafički prikaz eksponencijalnog trenda izrađen u Excelu... 24
Slika 3. Izbornik u Excelu za grafički prikaz crte trenda 27

POPIS TABLICA

Tablica 1. Broj korisnika (starosnih) mirovina u RH 16
Tablica 2. Prometne nesreće u RH 21