

# Prognoziranje temeljem vremenskih nizova podataka

---

**Grgić, Eugen Borna**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Organization and Informatics / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:211:389723>

*Rights / Prava:* [Attribution 3.0 Unported](#)/[Imenovanje 3.0](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-01**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Organization and Informatics - Digital Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE**  
**V A R A Ž D I N**

**Eugen Borna Grgić**

**Matični broj: 44252/15–R**

**Studij: Primjena informacijske tehnologije u poslovanju**

**Prognoziranje podataka temeljem vremenskih nizova**

**ZAVRŠNI/DIPLOMSKI RAD**

**Mentor:**

Doc. dr. sc. Bojan Žugec

**Varaždin, Rujan 2020.**

**Eugen Borna Grgić**

**Izjava o izvornosti**

Izjavljujem da je moj završni/diplomski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristio drugim izvorima osim onima koji su u njemu navedeni. Za izradu rada su korištene etički prikladne i prihvatljive metode i tehnike rada.

*Autor/ica potvrdio/la prihvaćanjem odredbi u sustavu FOI-radovi*

---

## Sažetak

U ovom završnom radu obradit ćemo vremenske nizove te metode prognoziranja podataka sa tri različite metode. Koristeći već gotov set podataka. Prvi set podataka odnosi se na postotak kućanstava sa internetom u europskim državama. Drugi set podataka odnosi se na postotak kućanstava sa računalima u europskim državama.

Objasnit ćemo što su to vremenski nizovi te prikazati na nekoliko primjera. Navest ćemo primjenu u svakodnevnom životu te svijetu koji nas okružuje.

Set podataka vezan za postotak kućanstava s računalima u europskim državama ne sadrži podatke za 2014. i 2016. Godinu što je idealno za prognoziranje podataka koristeći sve tri metode. Prva metoda koju ćemo obraditi je pomični prosjek. Jednostavna metoda koja nije vremenski niti procesno zahtjevna, te nije potrebno puno podataka. Druga metoda je eksponencijalno glađenje. Metoda je relativno zahtjevnije jer koristi više različitih podataka. Za razliku od metode pomičnog prosjeka, koja koristi samo stvarne vrijednosti, eksponencijalno glađenje koristi i prognozirane vrijednosti te faktor glađenja. Posljednja metoda je metoda linije trenda. Iako zahtjeva personalizaciju za svaki entitet nakon određivanja jednadžbe nije ju teško koristiti. Sva obrada podataka izvršit će se u office paketu, točnije excel-u.

Na kraju obraditi ćemo neka programska rješenja za prognoziranje podataka o vremenskim nizovima. Usporediti ćemo naše izračune sa dobivenim rezultatima programa. Želimo vidjeti da li postoji prostora za unapređenje navedenih programa.

**Ključne riječi:** vremenski nizovi, pomični prosjek, eksponencijalno glađenje, linija trenda, prognoziranje podataka, primjena.

## Sadržaj

1. Uvod .....	1
2. Metode .....	3
2.1. Pomični prosjek .....	3
2.2. Eksponencijalno glaćenje .....	6
2.3. Linija trenda .....	8
3. Odstupanja .....	12
4. Primjena .....	17
4.1. Primjeri .....	17
4.4.1. Prognoziranje korisnika na internetskoj stranici .....	17
4.4.2. Prognoziranje prometa na cestama .....	17
4.4.3. Prognoziranje navika potražnje kupaca .....	18
4.4.4. Prognoziranje broj zaposlenika .....	18
5. Aplikacijska rješenja .....	19
5.1. Zaitun .....	19
5.2. GMDH Shell .....	29
6. Zaključak .....	33

# 1. Uvod

Prognoziranje se često koristi u poslovanju. Gotovo u svim aspektima poslovanja možemo koristiti prognoziranje s ciljem poboljšanja na tržištu ili stvaranja prednosti nad konkurencijom. Kombiniranjem različitih metoda možemo dobiti precizniju prognozu. Zbog toga pogledati ćemo nekoliko metoda prognoziranja. Ako je predmet prognoziranja podloživ naglim i velikim promjenama postojat će velika odstupanja od stvarnih vrijednosti.

Vremenski niz opisujemo kao niz jednako razmaknutih mjerenja neke pojave. Kada govorimo o vremenskim nizovima postoje dvije vrste. Intervalni i trenutačni vremenski niz. Kod intervalnog frekvencije se odnose na vremenske intervale i nastaju zbrajanjem, posjeduju svojstvo kumulativnosti. Intervalne vremenske nizove prikazujemo površinskim grafovima. Frekvencije kod trenutačnog vremenskog niza odnose se na neki trenutak u vremenu. Frekvencije se ne smiju zbrajati te se prikazuju samo linijskim grafom.

U slučaju nejednakih vremenskih intervala kod vremenskog niza potrebno je korigirati frekvencije na način da se smanje frekvencije koje se odnose na veća vremenska razdoblja. Kao primjer zašto je potrebno korigirati frekvencije kako bi bile jednake uzeti ćemo uspoređivanje dvije pojave na istom grafu. Kada su dvije pojave na istom grafu možemo ih usporediti samo na istim točkama tj na jednoj specifičnoj točki kroz koju prolaze obje pojave (Perkov, n.d.).

Prognoziranje podataka je jednostavan koncept koji se može realizirati na više načina. Iako ih ima dosta u ovom radu ćemo se fokusirati samo na tri metode. Metode prognoziranje dijelimo u četiri skupine. Kvalitativne metode, analize vremenskih serija, kauzalne metode i simulacije (Hunjak, n.d.).

U kvalitativne metode ubrajamo:

- Mišljenje eksperata
- Grupni konsenzus
- Povijesne usporedbe
- Delphin metoda
- Grass root metoda
- Istraživanje tržišta

U analize vremenskih serija ubrajamo:

- Pomični prosjek
- Ponderirani pomični prosjek
- Eksponencijalno glaćenje

- Analiza trenda
- Sezonska analiza

U kauzalne metode ubrajamo:

- Jednostavna regresijska analiza
- Multipla-regresijska analiza
- Opći linearni model

Kao što smo već spomenuli u ovom radu bazirati ćemo se na metode analize vremenskih serija te detaljnije na metode pomičnog prosjeka, analize trenda i eksponencijalno glaćenje.

## 2. Metode

### 2.1. Pomični prosjek

Set podataka koje ćemo koristiti je kao i prije naveden postotak kućanstava s internetom u europskim državama. Vidimo isječak iz navedene tablice. Vremenski period je od 2009. godine do 2018. godine. Metodom pomičnog presjeka predviđet ćemo podatke za period od 2019. godine do 2021. godine.

Formula za računanje pomičnog prosjeka je :

$$S_t = \frac{X_{t-1} + X_{t-2} + \dots + X_{t-n}}{n}$$
$$= \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} S_{t-i}$$

$S_t$  – Prognozirana vrijednost

$X_t$  – Stvarna vrijednost

$t$  - Razdoblje

$n$  – Broj razdoblja

Tablica 1: Postotak kućanstava s internetom u europskim državama (Eurostat, n.d.a.)

GEO/TIME	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Belgium	67	73	77	78	80	83	82	85	86	87
Bulgaria	30	33	45	51	54	57	59	64	67	72
Czechia	54	61	67	73	73	78	79	82	83	86
Denmark	83	86	90	92	93	93	92	94	97	93
Germany (u	79	82	83	85	88	89	90	92	93	94
Estonia	62	67	69	74	79	83	88	86	88	90
Ireland	67	72	78	81	82	82	85	87	88	89
Greece	38	46	50	54	56	66	68	69	71	76
Spain	53	58	63	67	70	74	79	82	83	86
France	69	74	76	80	82	83	83	86	86	89
Croatia	50	56	61	66	65	68	77	77	76	82

U našem primjeru uzeli smo  $n = 3$  kao broj razdoblja promatranja. Kao prvi primjer računat ćemo prognozirane podatke za Belgiju u 2019. godini. Potrebne su nam stvarne vrijednosti iz prošla tri razdoblja. Za 2016. godinu stvarna vrijednost je 85, 2017. godinu vrijednost je 86, te za 2018. godinu vrijednost je 87. Kada uvrstimo u formulu dobit ćemo prognozu za 2019. godinu

$$S_{2019} = \frac{X_{2016} + X_{2017} + X_{2018}}{3}$$

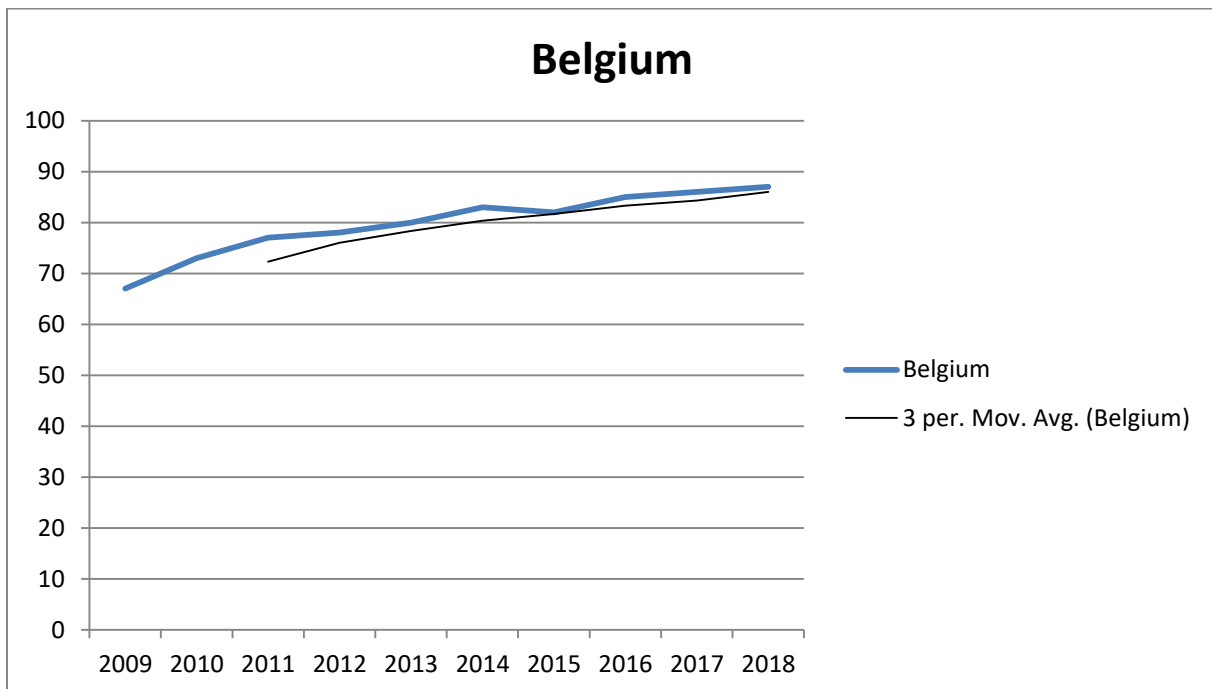


$$S_{2019} = \frac{85 + 86 + 87}{3}$$

$$S_{2019} = \frac{258}{3}$$

$$S_{2019} = 86$$

Prognozirana vrijednost za 2019. godinu je 86%. Jasno je kako metoda pomičnog prosjeka nije primjerena za računanje postotaka u navedenom primjeru. Bitno je naglasiti kako je metoda pomičnog prosjeka relativno jednostavna te nije vremenski zahtjevna, pomoću nje možemo brzo izračunati podatke manje važnosti. Na grafu vidimo stvarne vrijednosti predstavljene plavom bojom, tanka crna linija predstavlja pomični prosjek sa intervalom od 3 perioda.



Slika 1: Graf prognoziranih vrijednosti metodom pomičnog prosjeka

Kao prije navedeno set podataka o postotku kućanstava sa računalima u europskim državama ne sadrži podatke za 2014. i 2016 godinu. Koristeći metodu pomičnog prosjeka izračunat ćemo prognozirane podatke za navedene godine također za Belgiju. Na slici vidimo isječak tablice o kućanstvima s računalima u europskim državama.

Tablica 2: Postotak kućanstava s računalima u europskim (Eurostat, n.d.b.)

GEO/TIME	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2015	2017
Belgium	58	67	70	71	77	79	80	82	82	85
Bulgaria	21	23	29	32	35	47	52	55	59	63
Czechia	39	43	52	60	64	70	75	74	79	82
Denmark	85	83	85	86	88	90	92	93	92	93
Germany (u	77	79	82	84	86	87	87	89	91	93
Estonia	52	56	59	64	68	70	74	79	88	87
Ireland	59	65	70	73	76	81	83	84	84	84
Greece	37	40	44	47	53	57	57	60	69	71
Spain	56	59	62	65	67	70	73	73	76	78
France	:	66	68	74	76	78	81	82	82	84
Croatia	:	49	53	55	60	64	68	66	77	74

$$S_{2014} = \frac{X_{2011} + X_{2012} + X_{2013}}{3}$$

$$S_{2014} = \frac{79 + 80 + 82}{3}$$

$$S_{2014} = \frac{241}{3}$$

$$S_{2014} = 80,333$$

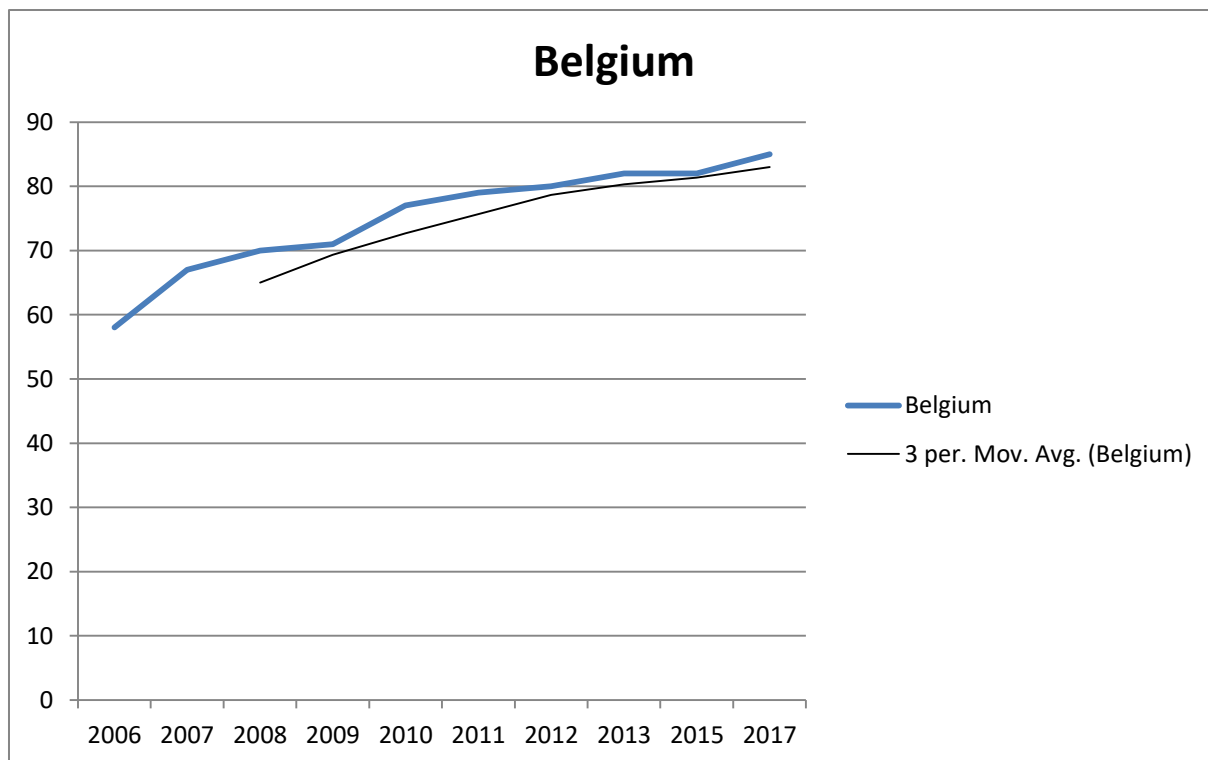
$$S_{2016} = \frac{X_{2013} + S_{2014} + X_{2015}}{3}$$

$$S_{2016} = \frac{82 + 80,333 + 82}{3}$$

$$S_{2016} = \frac{244,333}{3}$$

$$S_{2016} = 81,443$$

Vidimo kako je za 2014. godinu predviđen postotak od 80,333%. Bitno je naglasiti kako u računanju prognoze za 2016. godinu koristili smo  $S_{2014}$  a ne  $X_{2014}$  zbog nedostatka podataka. Rezultat zbog toga ima veća odstupanja od stvarnih vrijednosti. Na grafu ponovno možemo vidjeti stvarne vrijednosti prikazane plavom bojom te tankom crnom linijom pomični prosjek.



Slika 2: Graf prognoziranih vrijednosti metodom pomičnog prosjeka, 2

## 2.2. Eksponencijalno glađenje

Metoda eksponencijalnog glađenja smanjuje odstupanja s svakim vremenskim intervalom. Faktor glađenja  $\alpha$  osigurava da se prognozirana vrijednost prošlog vremenskog intervala izglati za trenutni vremenski interval na način da se pribraja originalnoj vrijednosti prošlog intervala koji se množi sa faktorom glađenja.

Eksponencijalno glađenje se računa po sljedećoj formuli:

$$S_t = (1 - \alpha)S_{t-1} + \alpha X_{t-1}$$

$\alpha$  mora biti u intervalu od  $0 < \alpha < 1$

$S_t$  – Prognozirana vrijednost

$X_t$  – Stvarna vrijednost

t - Razdoblje

$\alpha$  – Faktor glađenja

Koristeći podatke o postotku kućanstava s internetom u europskim državama prognozirat ćemo podatke za Hrvatsku u 2019. godini. Ispod vidimo isječak iz tablice kako bi lakše uočili podatke te promjene. Faktor glađenja postavili smo 0,6.

Tablica 3: Postotak kućanstava s internetom u RH (Eurostat, n.d.a.)

GEO/TIME	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Belgium	67	73	77	78	80	83	82	85	86	87
Bulgaria	30	33	45	51	54	57	59	64	67	72
Czechia	54	61	67	73	73	78	79	82	83	86
Denmark	83	86	90	92	93	93	92	94	97	93
Germany (u	79	82	83	85	88	89	90	92	93	94
Estonia	62	67	69	74	79	83	88	86	88	90
Ireland	67	72	78	81	82	82	85	87	88	89
Greece	38	46	50	54	56	66	68	69	71	76
Spain	53	58	63	67	70	74	79	82	83	86
France	69	74	76	80	82	83	83	86	86	89
Croatia	50	56	61	66	65	68	77	77	76	82

$$S_t = (1 - \alpha)S_{t-1} + \alpha X_{t-1}$$

$$S_{2019} = (1 - 0,6)75,7 + 0,6 \cdot 82$$

$$S_{2019} = 0,4 \cdot 75,7 + 0,6 \cdot 82$$

$$S_{2019} = 30,28 + 49,2$$

$$S_{2019} = 79,48$$

Prognozirana vrijednost za 2019. godinu je 79,48. Iako odstupanja nisu velika možemo primijetiti kako je u 2017. godini zabilježen pad u odnosu na 2016. godinu. Osim toga imamo relativno velik i nagao porast u 2018. godini u odnosu na 2017. godinu.

Kada koristimo metodu eksponencijalnog glađenja kao prognozirane vrijednosti u prvom vremenskom intervalu koristimo stvarne vrijednosti prethodnog intervala. Zbog toga ne možemo računati prognozirane vrijednosti za prvi interval. U sljedećem primjeru vidjet ćemo limitacije ove metode. Kao prije spomenuto u setu podataka o postotku kućanstava s računalima u europskim državama nedostaju podaci za 2014. i 2016 godinu. Izračunati ćemo podatke za 2014. godinu jer posjedujemo sve potrebne podatke. Nismo u mogućnosti izračunati 2015. godinu jer ne posjedujemo stvarne vrijednosti 2014. godine. Kao rezultat toga nećemo računati podatke za sljedeće vremenske intervale.

Tablica 4: Postotak kućanstava s računalima u europskim državama (Eurostat, n.d.a.)

GEO/TIME	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2015	2017
Belgium	58	67	70	71	77	79	80	82	82	85
Bulgaria	21	23	29	32	35	47	52	55	59	63
Czechia	39	43	52	60	64	70	75	74	79	82
Denmark	85	83	85	86	88	90	92	93	92	93
Germany (u	77	79	82	84	86	87	87	89	91	93
Estonia	52	56	59	64	68	70	74	79	88	87
Ireland	59	65	70	73	76	81	83	84	84	84
Greece	37	40	44	47	53	57	57	60	69	71
Spain	56	59	62	65	67	70	73	73	76	78
France	:	66	68	74	76	78	81	82	82	84
Croatia	:	49	53	55	60	64	68	66	77	74

$$\begin{aligned}
S_t &= (1 - \alpha)S_{t-1} + \alpha X_{t-1} \\
S_{2014} &= (1 - 0,6)65,3 + 0,6 \cdot 66 \\
S_{2014} &= 0,4 \cdot 65,3 + 0,6 \cdot 66 \\
S_{2014} &= 26,12 + 39,6 \\
S_{2014} &= 65,72
\end{aligned}$$

Tablica 5: Prognozirane vrijednosti metodom eksponencijalnog glaćenja

GEO/TIME	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Belgium	-	58	63,4	67,4	69,5	74,0	77,0	78,8	80,7	-	-
Bulgaria	-	21	22,2	26,3	29,7	32,9	41,4	47,7	52,1	-	-
Czechia	-	39	41,4	47,8	55,1	60,4	66,2	71,5	73,0	-	-
Denmark	-	85	83,8	84,5	85,4	87,0	88,8	90,7	92,1	-	-
Germany (u	-	77	78,2	80,5	82,6	84,6	86,1	86,6	88,0	-	-
Estonia	-	52	54,4	57,2	61,3	65,3	68,1	71,6	76,1	-	-
Ireland	-	59	62,6	67,0	70,6	73,8	78,1	81,1	82,8	-	-
Greece	-	37	38,8	41,9	45,0	49,8	54,1	55,8	58,3	-	-
Spain	-	56	57,8	60,3	63,1	65,5	68,2	71,1	72,2	-	-
France	-	-	66	67,2	71,3	74,1	76,4	79,2	80,9	-	-
Croatia	-	-	49	51,4	53,6	57,4	61,4	65,3	65,7	-	-

Vidimo isječak tablice prognoziranih rezultata. Sada jasno možemo vidjeti limitacije ove metode. Iako posjedujemo stvarne vrijednosti za 2015. godinu ne možemo dalje prognozirati vrijednosti.

### 2.3. Linija trenda

Metoda linije trenda koristi stvarne vrijednosti kako bi izračunala jednadžbu prema kojoj će se prognozirati podaci. Trend može biti eksponencijalan, linijski, logaritamski, polinomni i slično. Koristeći poznate podatke u jednakim intervalima možemo odrediti A i B varijablu jednadžbe. A predstavlja nagib pravca, dok B predstavlja odsječak na Y osi.

Trend se račun prema sljedećim formulama:

$$\begin{aligned}
Y_t &= a + bX_t \\
a &= \frac{\sum x_i \cdot y_i - n \cdot \underline{x} \cdot \underline{y}}{\sum x_i^2 - n \cdot \underline{x}^2} \\
b &= \underline{y} - a \cdot \underline{x}
\end{aligned}$$

x – Vremenski intervali

y – Stvarne vrijednosti

n – broj opažanja

$\underline{x}$  – Prosječna vrijednost x varijable

$\underline{y}$  – Prosječna vrijednost y varijable

U primjeru kućanstava s internetom u europskim državama prikazat ćemo liniju trenda. Kao primjer uzet ćemo Francusku kao entitet promatranja. Kada poznate podatke uvrstimo u gore navedene formule dobijemo jednadžbu linije trenda.

Tablica 6: Postotak kućanstava s internetom u europskim državama (Eurostat, n.d.b.)

GEO/TIME	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Belgium	67	73	77	78	80	83	82	85	86	87
Bulgaria	30	33	45	51	54	57	59	64	67	72
Czechia	54	61	67	73	73	78	79	82	83	86
Denmark	83	86	90	92	93	93	92	94	97	93
Germany (u	79	82	83	85	88	89	90	92	93	94
Estonia	62	67	69	74	79	83	88	86	88	90
Ireland	67	72	78	81	82	82	85	87	88	89
Greece	38	46	50	54	56	66	68	69	71	76
Spain	53	58	63	67	70	74	79	82	83	86
France	69	74	76	80	82	83	83	86	86	89
Croatia	50	56	61	66	65	68	77	77	76	82

$$Y_t = 1,96364 \cdot X_t - 3872,98182$$

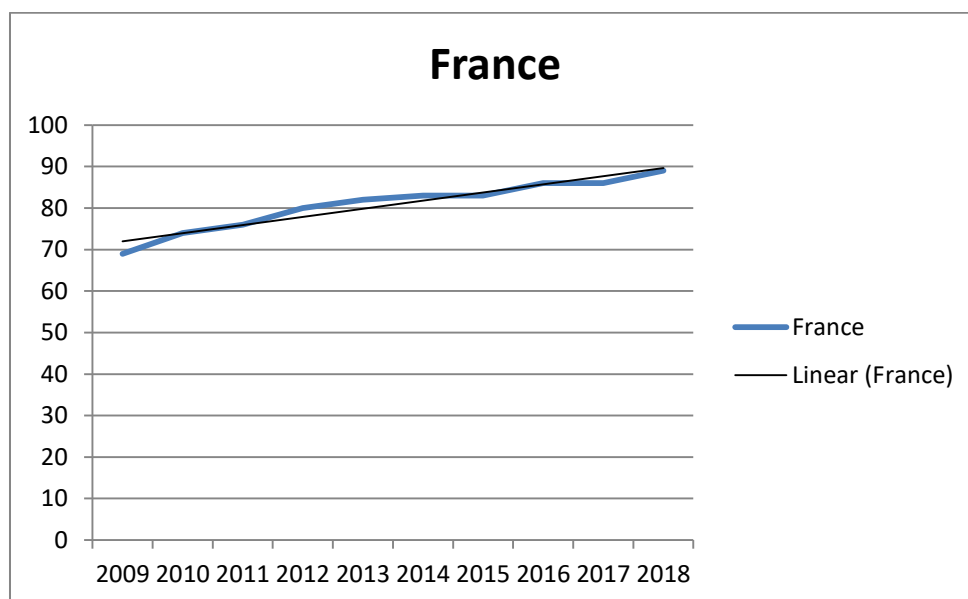
Kada poznajemo jednadžbu uvrstimo varijablu  $X_t$  za koju godinu želimo prognozirati podatke.

Prognozirat ćemo podatke za 2019. godinu.

$$Y_{2019} = 1,96364 \cdot 2019 - 3872,98182$$

$$Y_{2019} = 91,607$$

Na grafu možemo primijetiti liniju trenda koja je prikazana tankom crnom linijom dok su stvarni podaci prikazani plavom linijom



Slika 3: Graf prognoziranih vrijednosti metodom linije trenda

U isječku tablice vidimo ostatak prognoziranih vrijednosti koji smo dobili na isti način za svaku državu. Svaka država ima svoju liniju trenda te svoju jednadžbu po kojoj se izračunavaju podaci.

Tablica 7: Prognozirane vrijednosti metodom linije trenda

GEO/TIME	b	a	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Belgium	-3898,38788	1,975758	70,9	72,9	74,9	76,8	78,8	80,8	82,8	84,7	86,7	88,7	90,7
Bulgaria	-8952,63636	4,472727	33,1	37,5	42,0	46,5	51,0	55,4	59,9	64,4	68,9	73,3	77,8
Czechia	-6516,03636	3,272727	58,9	62,1	65,4	68,7	72,0	75,2	78,5	81,8	85,1	88,3	91,6
Denmark	-2190,66667	1,133333	86,2	87,3	88,5	89,6	90,7	91,9	93,0	94,1	95,3	96,4	97,5
Germany (u	-3243,92727	1,654545	80,1	81,7	83,4	85,0	86,7	88,3	90,0	91,6	93,3	94,9	96,6
Estonia	-6389,00606	3,212121	64,1	67,4	70,6	73,8	77,0	80,2	83,4	86,6	89,8	93,1	96,3
Ireland	-4397,41212	2,224242	71,1	73,3	75,5	77,8	80,0	82,2	84,4	86,7	88,9	91,1	93,3
Greece	-8043,41212	4,024242	41,3	45,3	49,3	53,4	57,4	61,4	65,4	69,5	73,5	77,5	81,5
Spain	-7335,73939	3,678788	54,9	58,6	62,3	66,0	69,7	73,3	77,0	80,7	84,4	88,1	91,7
France	-3872,98182	1,963636	72,0	73,9	75,9	77,9	79,8	81,8	83,7	85,7	87,7	89,6	91,6
Croatia	-6570,64848	3,29697	53,0	56,3	59,6	62,9	66,2	69,4	72,7	76,0	79,3	82,6	85,9

Pokušat ćemo metodom linije trenda prognozirati podatke za 2014. i 2016. Godinu za kućanstva u europskim državama sa računalima. Također ćemo računati podatke za Francusku. Prvo što nam je potrebno je izračunati jednadžbu linije trenda. Potom uvrštavamo umjesto varijable X godine za koje prognoziramo vrijednosti.

Tablica 8: Prognozirane vrijednosti metodom linije trenda 2

GEO/TIME	b	a	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Belgium	-4342,89427	2,197133	64,6	66,8	68,9	71,1	73,3	75,5	77,7	79,9	82,1	84,3	86,5	88,7	90,9
Bulgaria	-8538,53405	4,267025	21,1	25,4	29,7	33,9	38,2	42,5	46,7	51,0	55,3	59,5	63,8	68,1	72,3
Czechia	-8073,09319	4,046595	44,4	48,4	52,5	56,5	60,6	64,6	68,7	72,7	76,7	80,8	84,8	88,9	92,9
Denmark	-1882,46057	0,980287	84,0	85,0	86,0	86,9	87,9	88,9	89,9	90,9	91,8	92,8	93,8	94,8	95,8
Germany (u	-2743,31362	1,40681	78,7	80,2	81,6	83,0	84,4	85,8	87,2	88,6	90,0	91,4	92,8	94,2	95,6
Estonia	-6928,46057	3,480287	53,0	56,5	60,0	63,4	66,9	70,4	73,9	77,4	80,8	84,3	87,8	91,3	94,8
Ireland	-4533,08423	2,292115	64,9	67,2	69,5	71,8	74,1	76,4	78,7	80,9	83,2	85,5	87,8	90,1	92,4
Greece	-6468,98746	3,243728	37,9	41,2	44,4	47,7	50,9	54,1	57,4	60,6	63,9	67,1	70,4	73,6	76,9
Spain	-4036,58244	2,041219	58,1	60,1	62,2	64,2	66,3	68,3	70,3	72,4	74,4	76,5	78,5	80,6	82,6
France	-3540,50388	1,79845	67,2	69,0	70,8	72,6	74,4	76,2	78,0	79,8	81,6	83,4	85,2	87,0	88,8
Croatia	-5511,15504	2,771318	48,1	50,9	53,7	56,4	59,2	62,0	64,7	67,5	70,3	73,1	75,8	78,6	81,4

Jednadžba linije trenda za Francusku je:

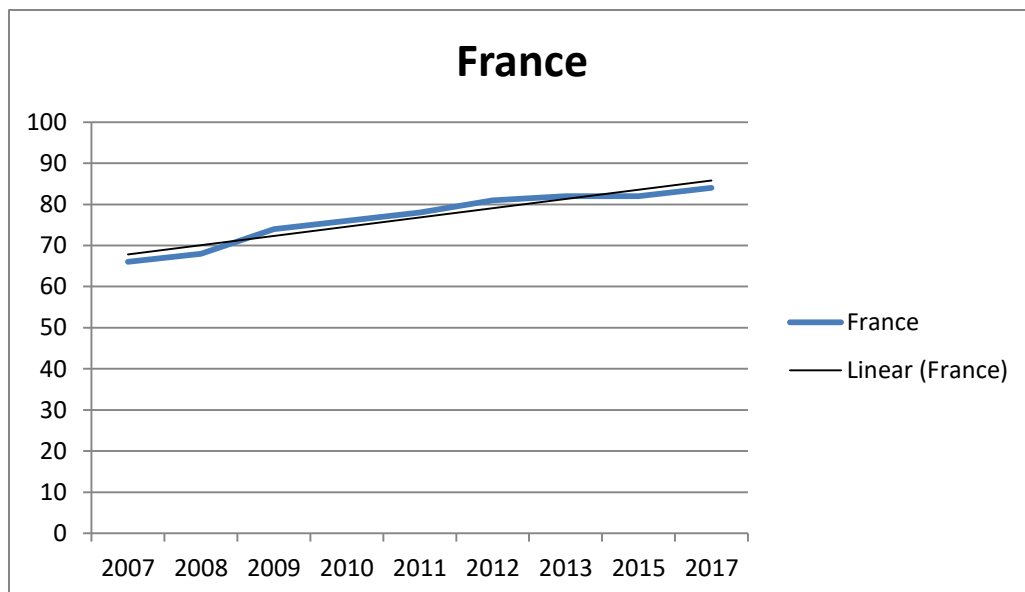
$$Y_t = 1,79845 \cdot X_t - 3540,50388$$

$$Y_{2014} = 1,79845 \cdot 2014 - 3540,50388$$

$$Y_{2014} = 81,67442$$

$$Y_{2016} = 1,79845 \cdot 2016 - 3540,50388$$

$$Y_{2016} = 85,17132$$



Slika 4: Graf prognoziranih vrijednosti metodom linije trenda 2

Vidimo na grafu prikaz linije trenda te kako će se podaci kretati kroz vrijeme.



### 3. Odstupanja

Kod svake metode postojati će odstupanja od pravih vrijednosti. Odstupanje možemo promatrati kao parametar usporedbe metoda. Metoda sa što manjim odstupanjima biti će pouzdanije za daljnje korištenje i prognoziranje podataka. Odstupanja mogu biti pojedinačna. Koliko jedna prognozirana vrijednost odstupa od stvarne vrijednosti. Kada uzmemo nekoliko prognoziranih vrijednosti i njihova odstupanja možemo izračunati prosječno odstupanje te na kraju sumu svih odstupanja. Kada sumu odstupanja podijelimo s brojem entiteta dobijemo prosječno apsolutno odstupanje (PAO). Kada sumu kvadriramo te potom podijelimo s brojem entiteta dobijemo prosječno kvadratno odstupanje (PKO). Usporedbom PAO i PKO za svaku metodu možemo utvrditi koja metoda je imala najmanja odstupanja prognoziranih vrijednosti od stvarnih vrijednosti

$$PAO = \frac{\sum(|\text{Točna vrijednost} - \text{Prognozirana vrijednost}|)}{\text{Broj prognoza}}$$

$$PKO = \frac{\sum(\text{Točna vrijednost} - \text{Prognozirana vrijednost})^2}{\text{Broj prognoza}}$$

Kao primjer kositriti ćemo podatke iz tablice o postotku kućanstava sa internetom u Europi. U nastavku možemo vidjeti tablicu odstupanja kod pomičnog prosjeka. Sumirali smo odstupanja po svakoj državi te po tome izračunali prosječno odstupanje za svaku državu. Kada smo zbrojili sva odstupanja i prosječna odstupanja dobili smo parametre po kojima ćemo uspoređivati naše metode.

Tablica 9: Odstupanja prognoziranih vrijednosti od stvarnih metodom pomičnog prosjeka

GEO/TIME	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	SUM	AVG
Belgium	6	4	5	2	3	3	3	25	4
Bulgaria	15	11	7	5	7	7	9	61	9
Czechia	12	6	7	4	5	3	5	43	6
Denmark	6	4	1	1	1	4	1	18	3
Germany	4	5	4	3	3	3	2	23	3
Estonia	8	9	9	9	3	2	3	43	6
Ireland	9	5	2	3	4	3	2	28	4

Greece	9	6	13	9	6	3	7	53	8	
Spain	9	7	7	9	8	5	5	49	7	
France	7	5	4	1	3	2	4	27	4	
Croatia	10	4	4	11	7	2	5	43	6	
Italy	5	8	8	7	7	5	6	45	6	
Cyprus	7	7	8	6	6	8	11	53	8	
Latvia	8	8	5	5	3	4	5	37	5	
Lithuania	0	5	4	4	6	6	6	32	5	
Luxembourg	4	3	3	3	1	0	4	18	3	
Hungary	9	7	6	6	6	6	4	45	6	
Malta	7	4	3	3	1	4	2	25	4	
Netherlands	2	2	2	1	1	2	1	11	2	
Austria	6	5	3	2	4	6	4	30	4	
Poland	7	5	5	4	6	5	5	37	5	
Portugal	8	4	5	7	8	7	5	45	6	
Romania	12	10	8	10	10	9	9	68	10	
Slovenia	6	4	3	2	1	4	8	28	4	
Slovakia	8	7	3	2	3	2	1	26	4	
Finland	6	5	3	1	2	3	2	23	3	
Sweden	4	3	2	1	3	3	1	16	2	
United Kingdom	7	5	4	3	3	3	2	27	4	
Iceland	3	3	1					7	2	
Norway	4	2	0	4	2	1	1	14	2	
North Macedonia				5	8	3	6	23	6	
Turkey				18	16	12	8	55	14	
								SUM	1,207	182

Prosječno kvadratno odstupanje za metodu pomičnog prosjeka je 921.11 te prosječno apsolutno odstupanje je 5.05. Ovi podaci sami nemaju nikakvo značenje te se zbog toga moraju usporediti s druge dvije metode. U nastavku vidimo tablicu odstupanja za metodu eksponencijalnog glaćenja.

Tablica 10: Odstupanja prognoziranih vrijednosti od stvarnih metodom eksponencijalnog glaćenja

GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	SUM	AVG
Belgium	6	6	4	3	4	1	3	2	2	32	4
Bulgaria	3	13	11	8	6	4	7	6	7	65	7
Czechia	7	9	10	4	7	4	4	3	4	51	6

Denmark	3	5	4	3	1	1	2	4	3	25	3	
Germany	3	2	3	4	3	2	3	2	2	24	3	
Estonia	5	4	7	8	7	8	1	2	3	45	5	
Ireland	5	8	6	3	1	4	3	2	2	35	4	
Greece	8	7	7	5	12	7	4	3	6	59	7	
Spain	5	7	7	6	6	8	6	3	4	52	6	
France	5	4	6	4	3	1	3	1	4	31	3	
Croatia	6	7	8	2	4	11	4	1	6	49	5	
Italy	6	5	3	7	7	5	6	4	5	49	5	
Cyprus	1	3	6	6	6	4	5	7	10	48	5	
Latvia	2	5	7	6	3	4	3	3	4	37	4	
Lithuania	1	1	0	5	3	3	5	5	5	28	3	
Luxembourg	3	2	3	2	3	2	1	0	4	20	2	
Hungary	5	7	7	6	5	5	5	5	3	48	5	
Malta	6	7	5	3	3	2	1	4	1	33	4	
Netherlands	1	3	1	2	2	1	1	2	1	13	1	
Austria	3	3	5	4	2	2	4	5	2	30	3	
Poland	4	6	5	4	5	3	5	4	4	39	4	
Portugal	6	6	6	3	4	7	7	6	4	49	5	
Romania	4	7	10	8	6	9	8	7	8	66	7	
Slovenia	4	7	4	3	2	2	1	4	7	34	4	
Slovakia	5	6	6	6	2	2	3	1	0	31	3	
Finland	3	4	5	4	3	1	2	3	1	26	3	
Sweden	2	4	3	2	2	0	3	2	2	20	2	
United Kingdom	3	4	6	3	3	2	3	2	2	29	3	
Iceland	2	2	3	2	1					9	2	
Norway	4	4	2	2	0	4	2	1	1	19	2	
North Macedonia	4									4	4	
Turkey	12									12	12	
										<b>SUM</b>	1,253	155

Kod metode eksponencijalnog gladenja primjećujemo kako je prosječno kvadratno odstupanje 647.43 te prosječno apsolutno odstupanje je 4.18. Za razliku od metode pomičnog prosjeka prosječno kvadratno odstupanje znatno je manje dok je prosječno apsolutno odstupanje nešto manje. Možemo zaključiti kako je metoda eksponencijalnog gladenja preciznije te samim time i pouzdanija. U nastavku ćemo usporediti odstupanja kod metode linije trenda.

Tablica 11: Odstupanja prognoziranih vrijednosti od stvarnih metodom linije trenda

GEO/TIME	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	SUM	AVG	
Belgium	3.91	0.12	2.14	1.16	1.19	2.21	0.76	0.26	0.72	1.69	14.16	1.6	
Bulgaria	3.07	4.55	2.98	4.51	3.04	1.56	0.91	0.38	1.85	1.33	24.18	2.7	
Czechia	4.87	1.15	1.58	4.31	1.04	2.76	0.49	0.22	2.05	2.33	20.80	2.3	
Denmark	3.20	1.33	1.53	2.40	2.27	1.13	1.00	0.13	1.73	3.40	18.13	2.0	
Germany	1.05	0.29	0.36	0.02	1.33	0.67	0.02	0.36	0.29	0.95	5.35	0.6	
Estonia	2.15	0.36	1.57	0.22	2.01	2.79	4.58	0.63	1.84	3.05	19.20	2.1	
Ireland	4.09	1.32	2.46	3.24	2.01	0.21	0.56	0.34	0.88	2.11	17.22	1.9	
Greece	3.29	0.68	0.66	0.64	1.39	4.59	2.56	0.46	2.48	1.51	18.27	2.0	
Spain	1.95	0.62	0.70	1.02	0.34	0.66	1.98	1.30	1.38	2.05	12.00	1.3	
France	2.96	0.07	0.11	2.15	2.18	1.22	0.75	0.29	1.67	0.64	12.04	1.3	
Croatia	2.96	0.26	1.44	3.15	1.15	1.45	4.25	0.96	3.34	0.64	19.60	2.2	
Italy	1.58	1.04	0.65	1.73	0.89	1.51	0.13	0.75	0.64	1.02	9.93	1.1	
Cyprus	2.04	0.53	1.09	0.35	0.22	0.22	1.35	1.91	0.47	2.96	11.13	1.2	
Latvia	1.11	1.75	0.39	1.96	2.32	0.68	1.04	0.61	1.25	0.89	12.00	1.3	
Lithuania	2.91	1.82	1.27	3.36	0.45	1.55	1.64	0.27	1.18	2.09	16.55	1.8	
Luxembourg	2.49	0.38	0.27	0.84	0.95	2.05	2.16	1.27	0.38	4.51	15.31	1.7	
Hungary	2.45	0.78	0.90	1.58	1.26	0.94	0.62	0.30	0.02	2.35	11.20	1.2	
Malta	4.53	0.52	2.48	2.49	1.50	1.50	0.51	1.48	0.52	2.47	18.01	2.0	
Netherlands	1.00	0.87	1.27	0.40	0.53	0.67	0.20	0.07	0.07	0.80	5.87	0.7	
Austria	1.07	0.15	0.22	1.71	1.64	0.44	1.51	0.58	1.35	0.73	9.38	1.0	
Poland	1.69	0.38	0.93	1.24	0.55	0.85	0.84	0.47	0.22	0.91	8.07	0.9	
Portugal	1.80	0.87	1.53	1.20	1.13	1.47	0.20	0.87	0.53	0.80	10.40	1.2	
Romania	0.02	0.84	0.65	1.53	0.71	1.11	1.07	0.25	0.56	0.38	7.13	0.8	
Slovenia	2.35	0.42	2.50	1.42	1.34	0.26	0.82	2.90	0.98	1.95	14.92	1.7	
Slovakia	4.27	1.28	0.72	2.71	3.70	1.70	0.69	0.68	1.32	3.33	20.40	2.3	
Finland	2.13	0.85	0.42	1.69	1.96	1.24	0.49	0.22	0.05	1.67	10.73	1.2	
Sweden	2.15	0.82	1.50	1.82	2.14	1.54	1.22	1.10	1.42	2.25	15.96	1.8	
United Kingdom	1.96	0.93	0.11	2.15	1.18	1.22	0.25	0.29	0.67	1.64	10.40	1.2	
Iceland	1.21	0.13	0.04	1.04	1.13	0.21			0.54	0.46	4.75	1.2	
Norway	2.73	0.21	1.15	1.09	1.03	1.03	1.91	0.85	0.21	2.27	12.48	1.4	
North Macedonia	2.40	2.50		1.29	4.19	3.09	0.01	1.88	3.22	2.32	20.91	20.9	
Turkey	0.81	5.10		2.07	6.16	1.24	2.67	2.59	1.50	1.58	23.73	23.7	
											SUM	486	93

Odstupanja kod metode linije trenda drastično su manja nego kod prijašnjih metoda. Prosječno kvadratno odstupanje je 236.26 dok je prosječno apsolutno odstupanje 2.52. Zaključujemo kako metoda linije trenda u odnosu na prošle metode ima puno manja odstupanje te je time idealna za prognoziranje ove vrste podataka.

## 4. Primjena

Vremenski nizovi su jednostavan koncept sa širokom primjenom. Znanje o kretanju neke varijable ima veliki potencijal za bilo koju vrstu ekonomske primjene. Proći ćemo nekoliko primjena u današnje vrijeme gdje ćemo pokušati opisati važnost vremenskih nizova u poslovanju.

Poslovanje se u samom korijenu bazira na planiranju i strategiji. Planiranje distribucije, skladištenja, nabave i slično te strategija tržišta, cijena, konkurencija i slično. Kako bi se donijela odluka prilikom planiranja i odabira strategije potrebne su informacije. Informacija sama po sebi nema veliko značenje ali kada ju kombiniramo sa prijašnjim iskustvima i znanje daje nam veliku prednost nad našom konkurencijom. Lako je vidjeti kako je prognoziranje podataka poželjno u svakoj vrsti poslovanja.

Pogledati ćemo nekoliko primjera gdje je prognoziranje direktno ili indirektno utjecalo u donošenju odluka ili planiranju poslovanja.

### 4.1. Primjeri

#### *4.4.1. Prognoziranje korisnika na internetskoj stranici*

Prognoziranje korisnika na internetskoj stranici se čini kao manji detalj. Kako bi internetska stranica mogla posluživati veći broj korisnika potrebno je alocirati dovoljno sredstava poput servera i baze podataka. Gledajući rast korisnika u posljednjih nekoliko mjeseci lako je utvrditi kako je potrebno proširiti infrastrukturu za veći broj korisnika. Postavlja se pitanje za koliko je potrebno proširiti infrastrukturu. Koristeći jednu od metoda za prognoziranje možemo lako utvrditi za koliko te kada je potrebno povećati infrastrukturu.

Recimo kako neka stranica ima dnevnu posjećenost od 100 000 korisnika te je u protekla 3 mjeseca zabilježila mjesečni rast od 20 000 korisnika. Stranica trenutno može podržati do 200 000 korisnika dnevno. Znamo kako za pet mjeseci će stranica doći do svog limita. Nakon četiri mjeseca potrebno je udvostručiti infrastrukturu kako bi stranica mogla raditi bez zastoja sljedećih deset mjeseci.

#### *4.4.2. Prognoziranje prometa na cestama*

Moderni semafori u sebi sadrže brojne senzore. Jedan od senzora u određenom vremenskom intervalu broji koliko automobila je prošlo kroz raskrižje. Ako se utvrdi porast prometa na tom raskrižju moguće je prognozirati hoće li biti isplativo ići rutom koja vodi kroz

navedeno raskrižje. Aplikacije za GPS navigiranje koriste sličnu tehnologiju kako bi izračunali optimalnu rutu za putovanje do željenog odredišta.

#### ***4.4.3. Prognoziranje navika potražnje kupaca***

Prodaja putem interneta često bilježi uspon i pad potražnje i prodaje. Potrebno je naručiti dovoljne količine zalihe kako bi mogli normalno poslovati. Naručivanje zaliha za vrijeme sezone prodaje daleko je skuplje nego naručivanje proizvoda kada nije sezona prodaje. Svakom prodavaču je u interesu platiti nabavu i dostavljanje robe što manje kako bi zaradio što više prilikom prodaje. Prodavač pomoću podataka prošlih sezona zna točno koliko mora naručiti i kada kako bi ostvario maksimalna profit i smanji gubitke prilikom poslovanja.

#### ***4.4.4. Prognoziranje broj zaposlenika***

Broj zaposlenika ovisi o više čimbenika. Može ovisiti o vrsti posla, strategiji poslovanja, opsegu poslovanja i slično. Često dolazi do promjene broja zaposlenika pogotovo u sezonskim poslovima. Ljetovanja, zimovanja, proslave nove godine i drugi godišnji događaji. Poslodavac može prognozirati koliki će biti promet i posjećenost ove sezone te prema tome podrediti koliko je zaposlenika potrebno. Koristeći vremenske nizove može se detaljnije i jasnije utvrditi broj potrebnih zaposlenika za ovu sezonu (Datasciencedojo, n.d.).

## 5. Aplikacijska rješenja

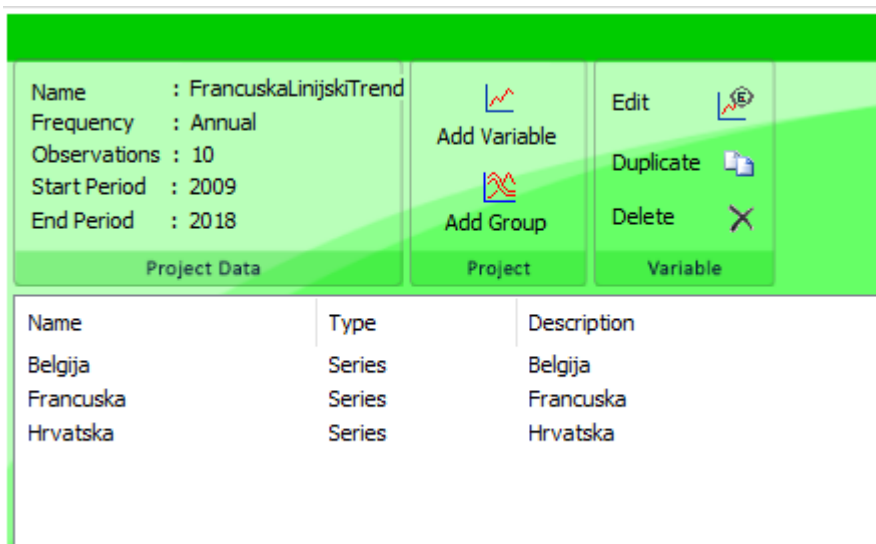
Postoje mnogobrojni programi i programska rješenja za statističku analizu. Neki od najpoznatijih su Matlab i SPSS. Oba programa sadrže razne mogućnosti za obradu podataka ovisno o području i potrebama korisnika. Za potrebe našeg rada koristiti ćemo dva programa. Prvi program je potpuno besplatan dok se drugi plaća. Usporediti ćemo njihove rezultate između sebe i između naših prognoza. Besplatni program koji ćemo koristiti zove se Zatiun. GMDH Shell će biti naš drugi program za usporedbu. Koristimo probnu verziju u trajanju 14 dana.

### 5.1. Zaitun

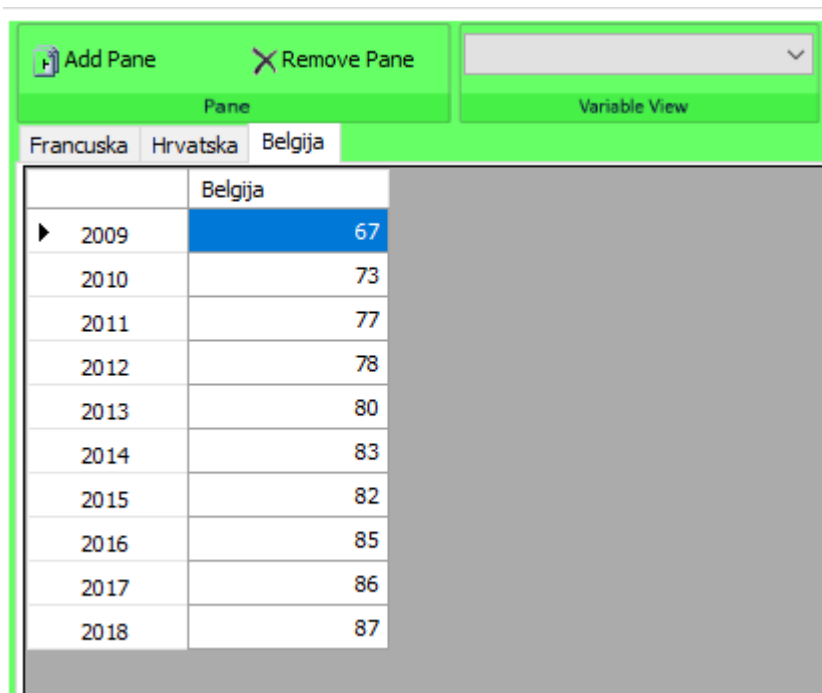
Kreiran kao diplomski rad Zatiun je program za statističku obradu podataka (Zaitun Software, n.d.). Rizal Zaini Ahmad Fathony, Suryono Hadi Wibowo, Wawan Kurniawan, Muhamad Fuad Hasan, Al Maratul Sholihah, and Rismawaty kreatori su programa na institutu za statistiku u Jakartau, Indoneziji 2007. godine. Prva verzija programa Zaitun izašla je 2008. godine i napisana je u programskom jeziku C# (Zaitun Software, n.d.).

Program ima potpuno jednostavno sučelje koje je intuitivno za koristiti. Kroz samo nekoliko minuta prilagodbe na program krenuo sam prognozirati podatke. U nastavku možemo vidjeti izgled samog programa. U gornjem lijevom kutu nalaze se sve potrebne tipke za unos naših podataka. Jedan skup podataka naziva se varijabla. Kreirali smo tri varijable prema statističkim podacima o postotku kućanstava s internetom u Europi. Kako bi što bolje usporedili program s našim izračunima koristiti ćemo iste setove podataka. Zbog toga kreirali smo tri varijable Belgija, Francuska i Hrvatska te ih popunili podacima.



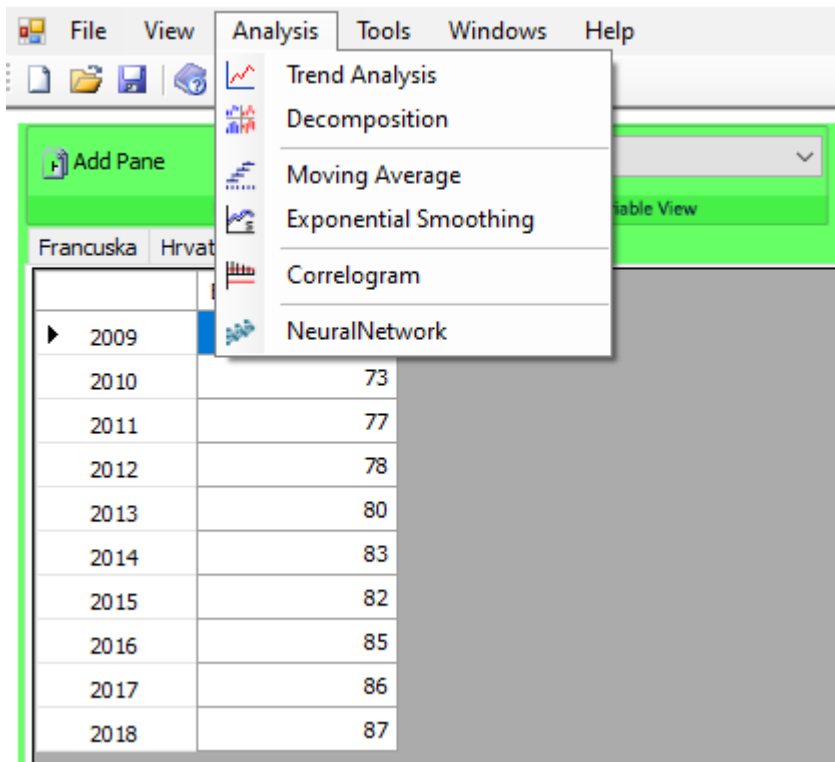


Slika 5: Osnovno sučelje programa Zaitun (Zaitun Software, n.d.)



Slika 6: Unos podataka u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Jednom kada su svi podaci uneseni potrebno je izabrati koju metodu želimo koristiti te koji su parametri ovisno o izabranoj metodi.



Slika 7: Metode analize podataka u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Za testiranje pomičnog prosjeka odabrali smo podatke o Belgiji. U nastavku ćemo vidjeti tablicu prognoziranih podataka zajedno sa odstupanjima te vizualizaciju tih podataka kao graf.

	Actual	Predicted	Residual
► 2009	67.0000	NaN	NaN
2010	73.0000	NaN	NaN
2011	77.0000	NaN	NaN
2012	78.0000	72.3333	5.6667
2013	80.0000	76.0000	4.0000
2014	83.0000	78.3333	4.6667
2015	82.0000	80.3333	1.6667
2016	85.0000	81.6667	3.3333
2017	86.0000	83.3333	2.6667
2018	87.0000	84.3333	2.6667

Slika 8: Prognoziranje vrijednosti u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Ako usporedimo podatke koje je program izračunao s podacima koje smo sami računali zaključujemo kako nema razlike između njih.

Tablica 12: Prognozirane vrijednosti metodom pomičnog prosjeka

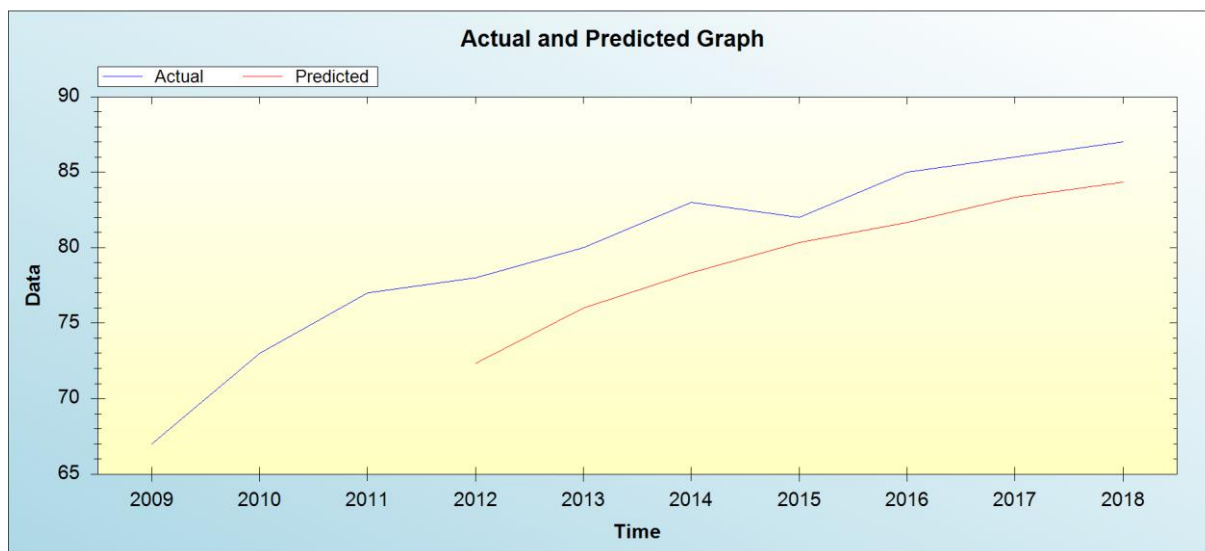
GEO/TIME	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
European U	69.7	73.0	76.0	78.7	81.0	83.0	85.0	87.0	87.7	87.9
European U	69.7	73.0	76.0	78.7	81.0	83.0	85.0	87.0	87.7	87.9
European U	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
European U	72.7	76.0	78.7	81.0	83.0	85.0	87.0	88.7	89.2	89.3
Euro area (	70.7	73.7	76.3	78.7	81.0	83.0	85.0	87.0	87.7	87.9
Belgium	72.3	76.0	78.3	80.3	81.7	83.3	84.3	86.0	86.3	86.4
Bulgaria	36.0	43.0	50.0	54.0	56.7	60.0	63.3	67.7	68.9	69.5

Zbog jednostavnosti metode naši podaci su jednaki podacima koje smo dobili koristeći program Zaitun time series. Zaitun time series automatski računa i apsolutno odstupanje, sumu kvadratnih odstupanja i slično. kao što se može vidjeti.

	Value
▶ Variable	Belgija
Model	MA ( 3 )
Included Observation	7
Accuracy Measures	
Mean Absolute Error (MAE)	3.523810
Sum Square Error (SSE)	98.000000
Mean Squared Error (MSE)	14.000000
Mean Percentage Error (MPE)	4.286778
Mean Absolute Percentage Error (MAPE)	4.286778

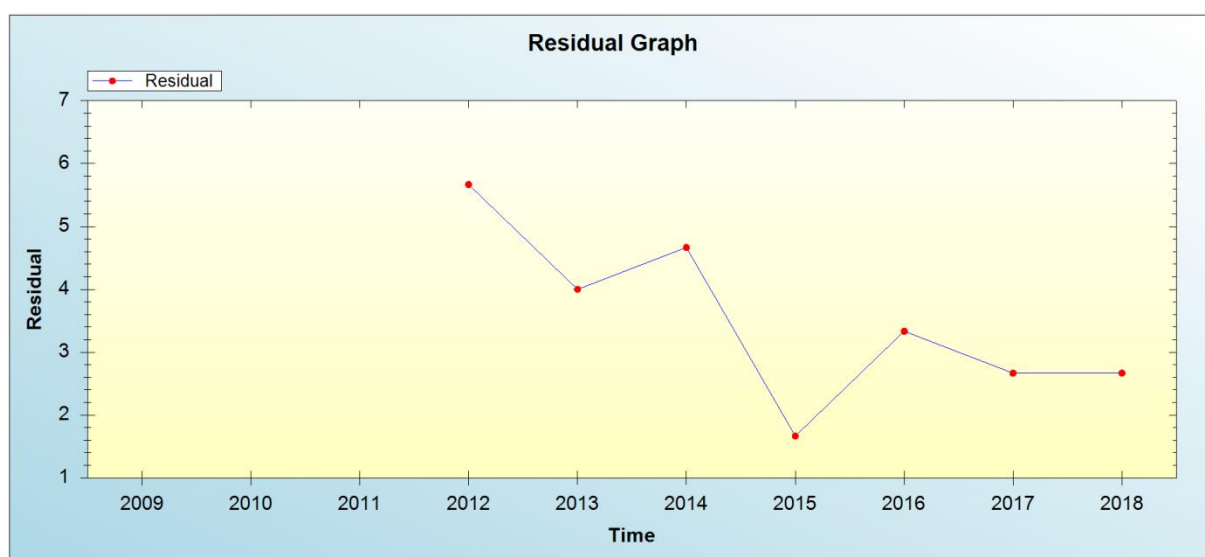
Slika 9: Dodatne informacije u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Zaitun time series generira i grafove kako bi si lakše predočili naše rezultate.



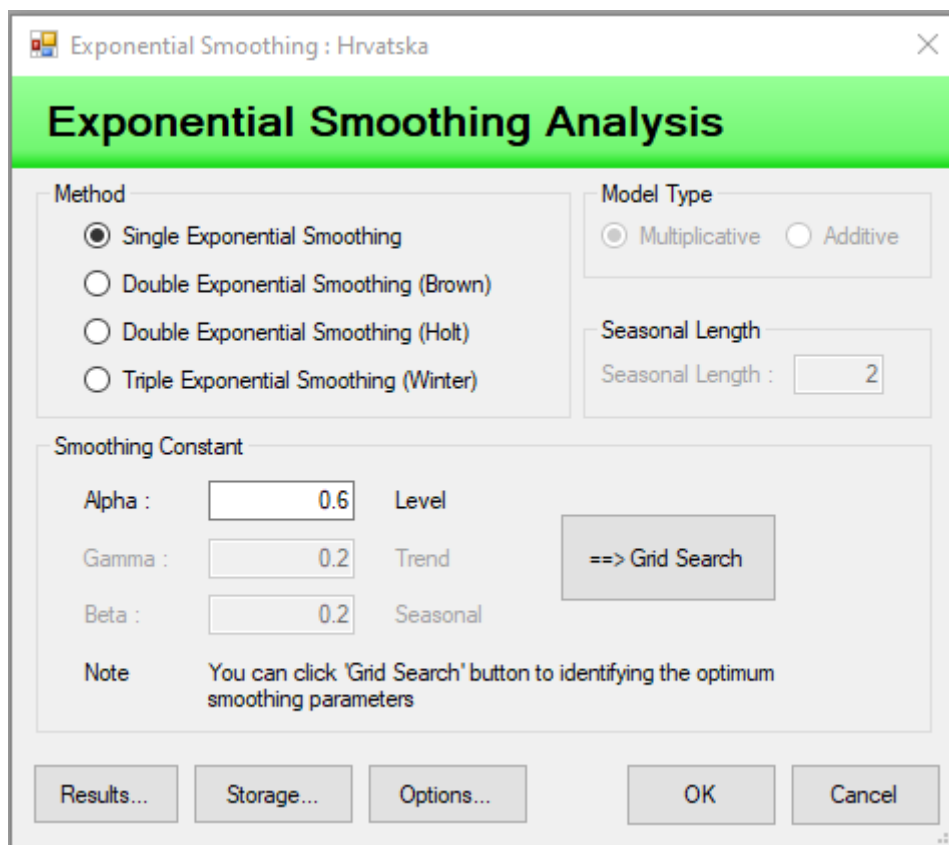
Slika 10: Graf prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Plava linija predstavlja stvarne vrijednosti dok crvena linija predstavlja prognozirane vrijednosti. Kao odvojeni graf prezentiraju nam se odstupanja prognoziranih vrijednosti od stvarnih.



Slika 11: Graf odstupanja prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Vidimo kako se najveće odstupanje dogodilo u 2012. godini te najmanje u 2015. godini. Sljedeće smo testirali metodu eksponencijalnog glađenja. Za razliku od prošle metode pojavi nam se prozor gdje smo morali unijeti faktor glađenja. Faktor glađenja biti će jednak kao i u našem prognoziранju kako bi mogli što detaljnije usporediti aplikaciju sa našim rezultatima.



Slika 12: Dodatne opcije kod metode eksponencijalnog glaćenja u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Nakon što smo podesili sve parametre našeg mjerenja program je izračunao prognozirane vrijednosti i odstupanja kao u prošloj metodi.

	Actual	Smoothed	Predicted	Residual
▶ 2009	50.0000	54.4000	61.0000	-11.0000
2010	56.0000	55.3600	54.4000	1.6000
2011	61.0000	58.7440	55.3600	5.6400
2012	66.0000	63.0976	58.7440	7.2560
2013	65.0000	64.2390	63.0976	1.9024
2014	68.0000	66.4956	64.2390	3.7610
2015	77.0000	72.7982	66.4956	10.5044
2016	77.0000	75.3193	72.7982	4.2018
2017	76.0000	75.7277	75.3193	0.6807
2018	82.0000	79.4911	75.7277	6.2723

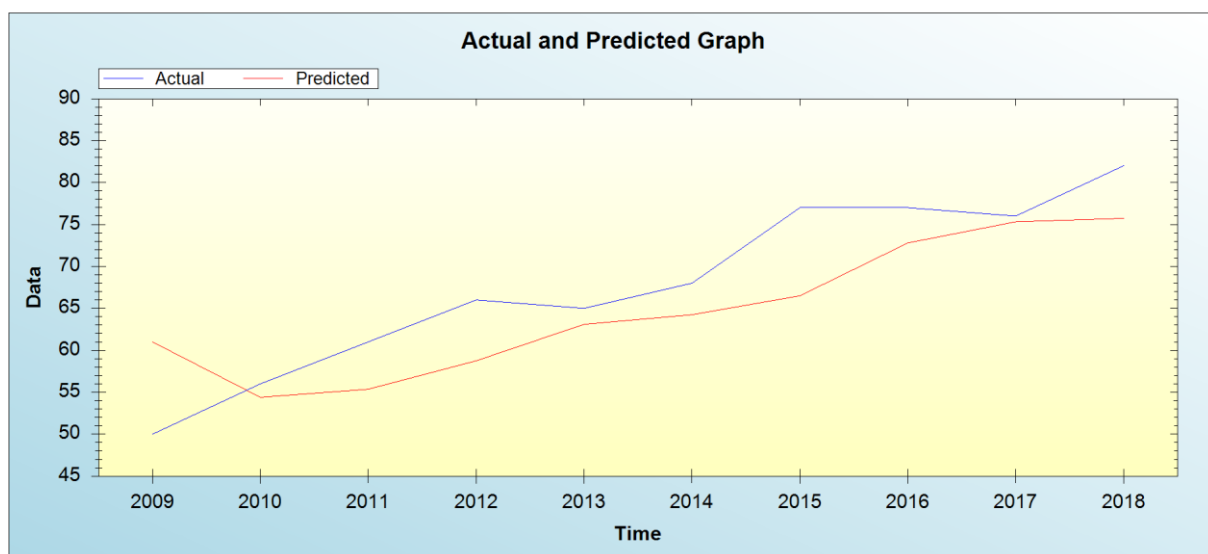
Slika 13: Prognozirane vrijednosti metodom eksponencijalnog glaćenja u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Vidimo kako je dodana kolona za izgladene podatke. U usporedbi s našim podacima vidimo kako postoje velika odstupanja u prvih nekoliko razdoblja te pri kraju podaci su gotovo identični sa izgladenim podacima..

Tablica 13: Prognozirane vrijednosti metodom eksponencijalnog glaćenja

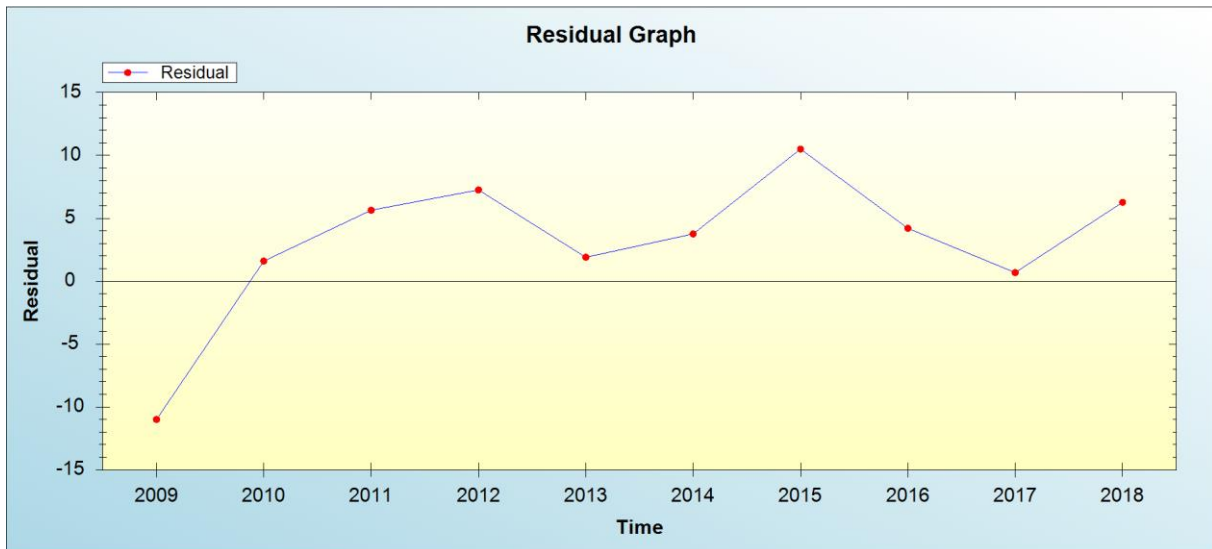
France	69	72	74.4	77.8	80.3	81.9	82.6	84.6	85.5	87.6
Croatia	50	53.6	58.0	62.8	64.1	66.5	72.8	75.3	75.7	79.5
Italy	53	56.6	59.8	61.7	66.1	70.2	73.1	76.6	79.3	82.1

Sama odstupanja od stvarnih vrijednosti su relativno velika i ne konzistentna. Primjećujemo kako se odstupanja kreću od -11 do 10.5 što je dosta u usporedbi sa prošlom metodom gdje su odstupanja bila od 1.6 do 5.6. Podaci se prikazuju putem grafa kao i u prošloj metodi.



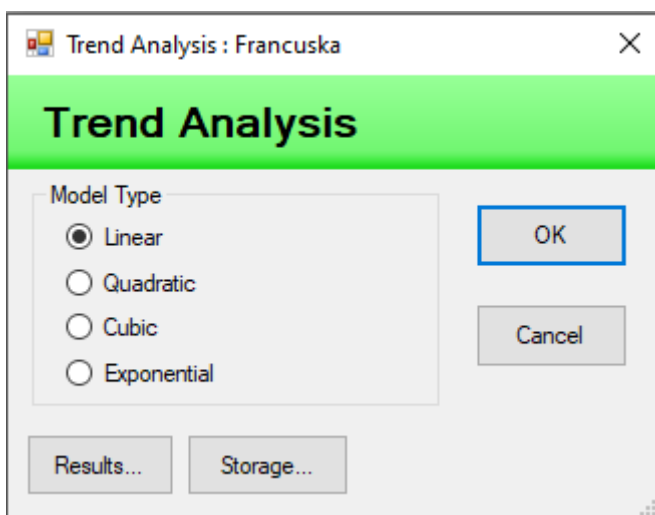
Slika 14: Graf prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Ponovno plava linije predstavlja prave vrijednosti dok crvena linija predstavlja prognozirane vrijednosti. Primijetimo kako je prvo razdoblje prognozirane vrijednosti drastično veće od očekivanog. Smatram kako zbog nedostatka podataka o prošlom periodu program sam dodaje baznu vrijednost pomoću koje računa prognoziranu vrijednost za to razdoblje



Slika 15: Graf odstupanja prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Na slici iznad jasno vidimo kako su odstupanja u velikom rasponu kao što smo već spomenuli. Potrebno je prognozirati dodatne podatke kako bi se utvrdila kvaliteta metode eksponencijalnog glaćenja u ovom programu. Preostala je posljednja metoda koju smo isprobali unutar programa Zaitun Time Series. Metoda Linije trenda kao i ostale metode testirati ćemo na setu podataka koje smo koristili kod vlastitih proračuna kako bi testirali program. Prilikom odabira metode trenda pojavi se proza sa dodatnim opcijama gdje možemo izabrati koju vrstu trenda planiramo koristiti.



Slika 16: Odabir tipa trenda u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Koristili smo linearni trend. Program je preko unesenih parametara izračunalo liniju trenda preko koje će prognozirati podatke. U nastavku vidimo proračun i parametre.

	Value
▶ Variable	Francuska
Included Observation	10
Linear Trend Equation	$Y_t = 70 + 1.9636 \cdot t$
R	0.965004
R-Squared	0.931233
R-Square Adjusted	0.985812
Sum Square Error (SSE)	23.490909
Mean Squared Error (MSE)	2.936364

Slika 17: Prikaz podataka u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Primjećujemo kako se formula za prognoziranje podataka razlikuje od naše. Iako se razlikuju prognozirani podaci su identični našima.

$$Y_t = 1,96364 \cdot X_t - 3872,98182$$

	Actual	Predicted	Residual
▶ 2009	69.0000	71.9636	-2.9636
2010	74.0000	73.9273	0.0727
2011	76.0000	75.8909	0.1091
2012	80.0000	77.8545	2.1455
2013	82.0000	79.8182	2.1818
2014	83.0000	81.7818	1.2182
2015	83.0000	83.7455	-0.7455
2016	86.0000	85.7091	0.2909
2017	86.0000	87.6727	-1.6727
2018	89.0000	89.6364	-0.6364

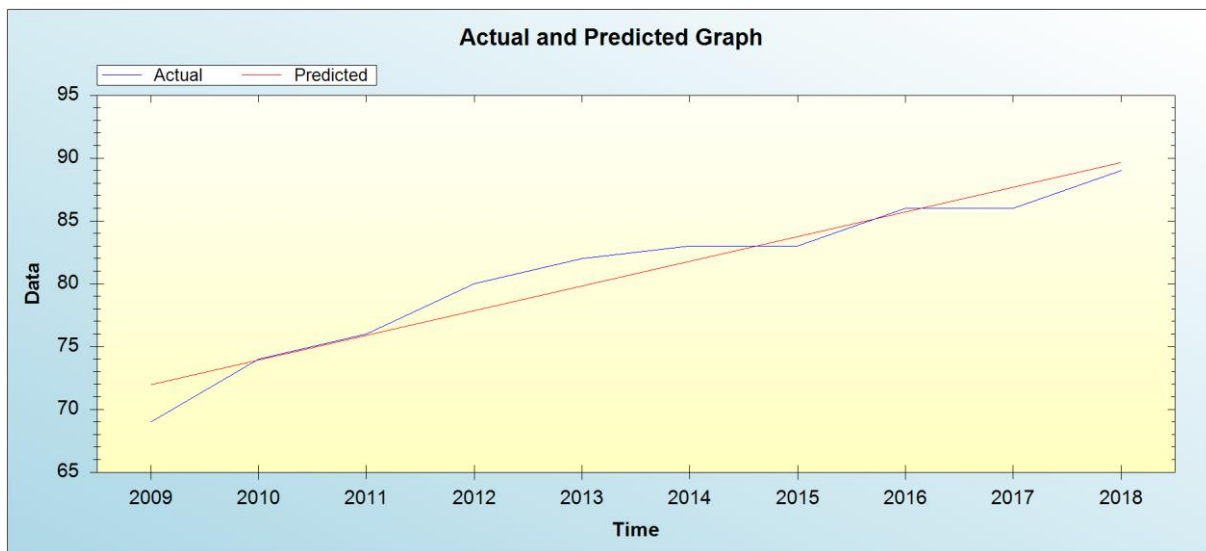
Slika 18: Prognozirane vrijednosti metodom linije trenda u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Tablica 14: Prognozirane vrijednosti metodom linije trenda

Spain	-7335.7394	3.67879	54.9	58.6	62.3	66.0	69.7	73.3	77.0	80.7	84.4	88.1	91.7
France	-3872.9818	1.96364	72.0	73.9	75.9	77.9	79.8	81.8	83.7	85.7	87.7	89.6	91.6
Croatia	-6570.6485	3.29697	53.0	56.3	59.6	62.9	66.2	69.4	72.7	76.0	79.3	82.6	85.9

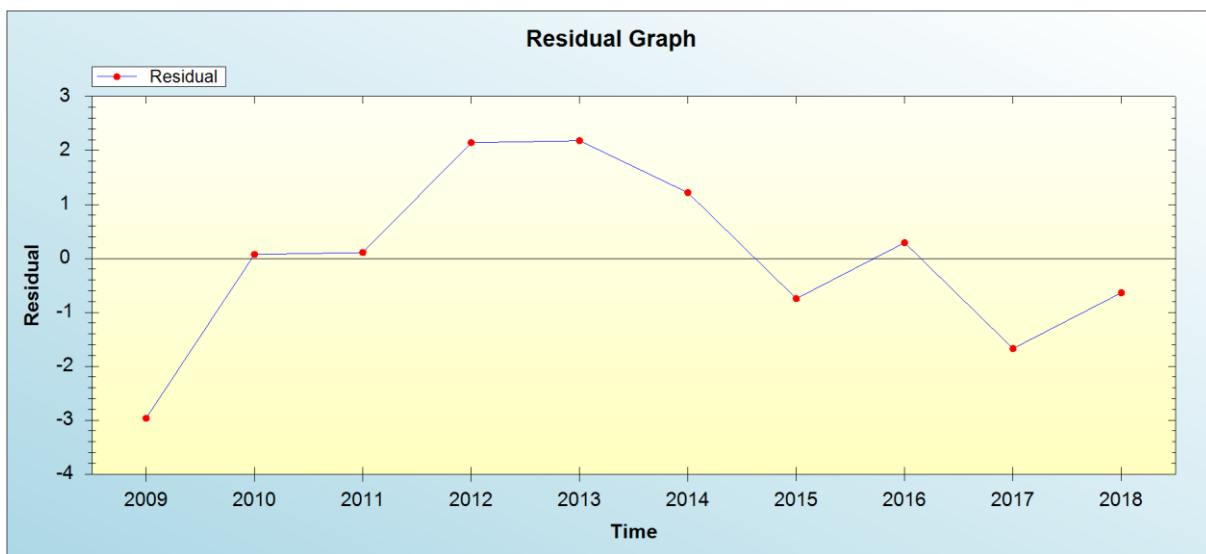


Također vidimo kako su odstupanja drastično manja od metode eksponencijalnog glaćenja. Odstupanja su od -2.9 do 2.18. Na grafu možemo jasno vidjeti kako su odstupanja puno manja kod metode linije trenda.



Slika 19: Graf prognoziranih vrijednosti metodom linije trenda u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

Najveća odstupanja imamo u prvom periodu što je jasno prikazano na grafu odstupanja prognoziranih vrijednosti od stvarnih vrijednosti.

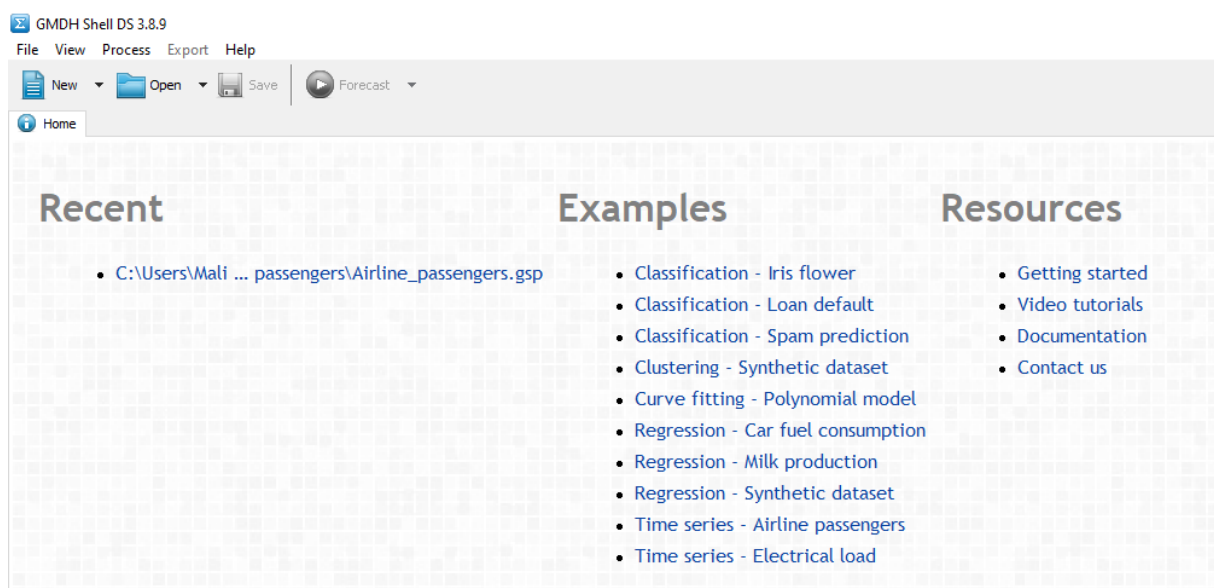


Slika 20: Odstupanje prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun (Zaitun Software, n.d.)

## 5.2. GMDH Shell

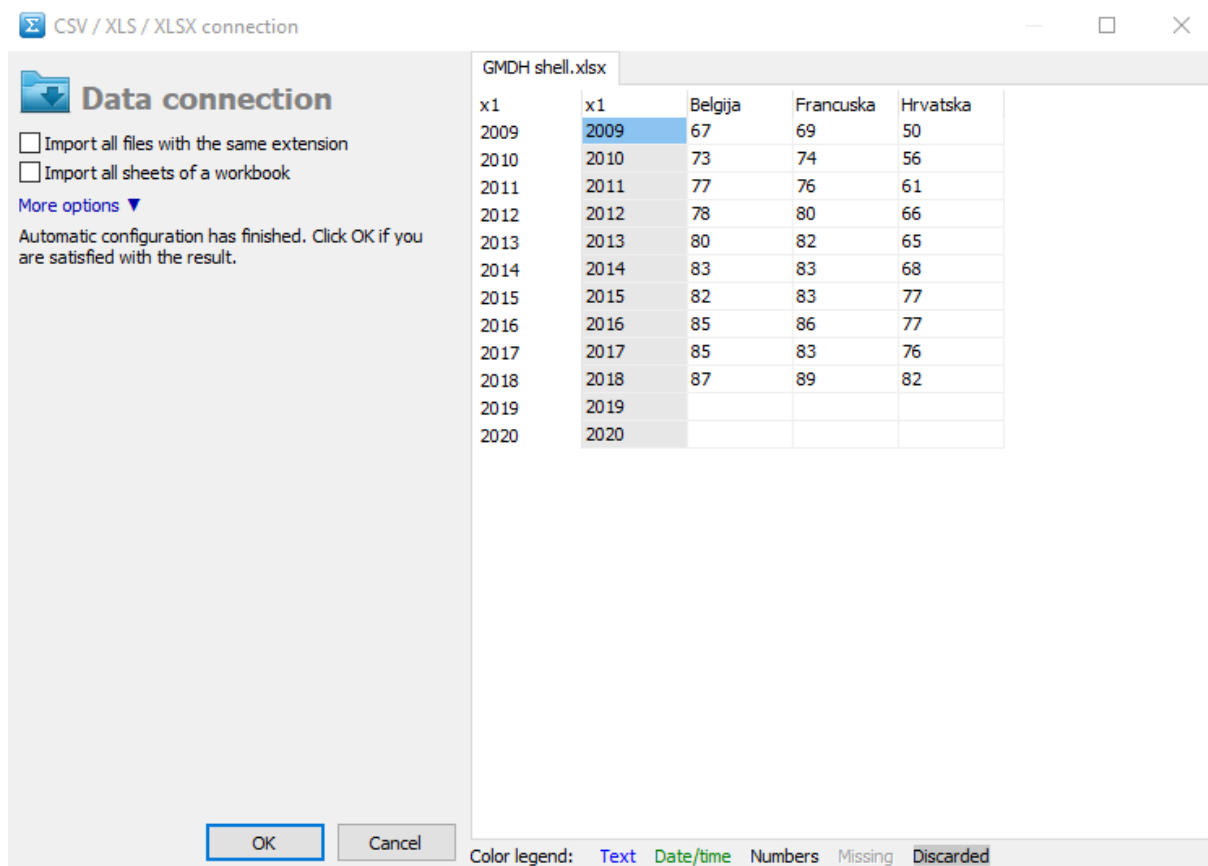
GMDH Shell (Who We Are, n.d.) je napredna aplikacija za analitiku koja pruža sofisticirane tehnologije prognoziranja vremenskih nizova. Kao dodatne funkcije ubrajamo mogućnost računanja regresije, klasifikacija, zgrušnjavanja i ravnanje krivulje.

Koristeći GMDH Shell jasno je kako širina programa se nalazi u ne statističkim opcijama poput spajanja na bazu, čuvanja rezerve podataka, dijeljenje podataka i slično. Same metode i opcije unutar metoda su relativno limitirane. Kao i u prijašnjem programu sučelje je jako jednostavno i intuitivno.



Slika 21: Početno sučelje u programu (GMDH, n.d.)

Odabrali smo opciju za novi set podataka za obradu. Podaci se mogu jedino unositi kroz microsoft excel datoteke. Kada se odabere excel datoteka program ju prepozna te sam odredi podatke i njihove attribute. Prepoznaje kako je prvi redak naziv stupaca te kako je prvi stupac vremenski period koji ćemo promatrati.



Slika 22: Unos podataka u programu GMDH Shell (GMDH, n.d.)

Među ponuđenim metodama prognoziranja podataka odabrali smo vremenske nizove. Program će izračunati liniju trenda te prema njoj prognozirati podatke. Odabrali smo na koliko vremenski perioda će program „učiti“ prije no što krene prognozirati podatke. Odlučili smo kako će program „učiti“ na posljednjih 6 vremenskih perioda. Potrebno je odabrati za koliko sljedećih perioda je potrebno prognozirati podatke. Prognozirat ćemo za 4 perioda.

ID	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Actual	69	74	76	80	82	83	83	86	83	89				
Predictions					81	83	84	85	86	87	87	89	89	90
Override														
Final forecast					81	83	84	85	86	87	87	89	89	90
Lower					77.734	79.734	80.734	81.734	82.734	83.734	83.734	85.734	85.734	86.734
Upper					84.266	86.266	87.266	88.266	89.266	90.266	90.266	92.266	92.266	93.266

Slika 23: Prognoziranje vrijednosti u programu GMDH Shell (GMDH, n.d.)

Za razliku od prošlog programa osima samih prognoza GMDH Shell je izračunao i maksimalno doljnu i maksimalno gornju granicu tj moguća odstupanja prognoziranih vrijednosti

od stvarnih. Jednadžba linije trenda nešto je drugačija od naše što se malo odražava na podatke. Prognozirane vrijednosti su gotovo identične prvih nekoliko vrijednosti ali pri kraju se razlikuju. Naše prognozirane vrijednosti počinju od 2009 godine.

Tablica 15: Prognoziranje vrijednosti metodom linije trenda

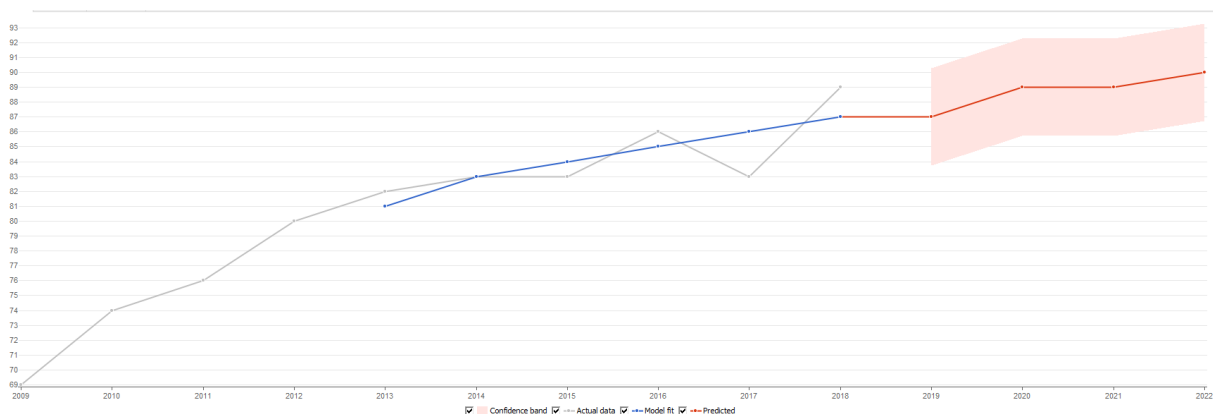
Spain	-7335.7394	3.67879	54.9	58.6	62.3	66.0	69.7	73.3	77.0	80.7	84.4	88.1	91.7
France	-3872.9818	1.96364	72.0	73.9	75.9	77.9	79.8	81.8	83.7	85.7	87.7	89.6	91.6
Croatia	-6570.6485	3.29697	53.0	56.3	59.6	62.9	66.2	69.4	72.7	76.0	79.3	82.6	85.9

Program sam računa određene parametre za dodatno razumijevanje i lakše donošenje odluka, poput sume odstupanja sume kvadratnog odstupanja, standardnu devijaciju i korelaciju podataka sa pravim vrijednostima.

Postprocessed results	Model fit	Predictions
Number of observations	6	
Max. negative error	-2	n/a
Max. positive error	3	n/a
Mean absolute error (MAE)	1.33333	n/a
Root mean square error (RMSE)	1.63299	n/a
Residual sum	0	n/a
Standard deviation of residuals	1.63299	n/a
Coefficient of determination ( $R^2$ )	0.54717	n/a
Correlation	0.742982	n/a

Slika 24: Dodatni podaci u programu GMDH Shell (GMDH, n.d.)

Kao i Zaitun time series GMDH Shell također sve podatke prikazuje putem grafa. Siva linije predstavlja prave vrijednosti, plava linija predstavlja prognozirane vrijednosti prilikom „učenja“ programa te crvena linije predstavlja prognozirane podatke. Moguća odstupanja su prikazana kao zadebljanje svijetlo crvene boje.



Slika 25: Graf prognoziranih vrijednosti u programu GMDH Shell (GMDH, n.d.)

## 6. Zaključak

Jednostavna metoda može imati veliki utjecaj ne samo na svoje područje već i šire. Vremenski niz kao sam koncept je jednostavan, ali ima široku primjenu zbog svoje jednostavnosti. Primarna primjena je prognoziranje vrijednosti u poslovanju i menadžmentu. Kaže se kako je tržište brzo i uvijek se mijenja. Kako bi bilo koja firma mogla ostati na tržištu potrebna joj je svaka prednost koju može dobiti.

Prognoziranje podataka je moćan alat u gotovo svim aspektima poslovanja a izričito se pokazala korisna kod menadžmenta i logističkih problema. Menadžmentu je primarni zadatak donositi strateške i taktičke odluke. Odluke se donose na temelju informacija i znanja. Samim time metoda koja može prognozirati podatke daje veliku prednost na tržištu. Menadžment može lakše donositi odluke vezano za investicije, financije, planiranje potreba, zaliha, radnika i slično.

Osim poslovnih aspekata prognoziranje podataka pokazalo se kao idealni alat za mnoge svakodnevne aplikacije. Naše kretanje je predvidljivo te samim time i izračunljivo. Prognoziranje broja vozila ili korisnika može dati realnu predodžbu o potrebama ili rutama kretanja.

Svakoga dana pronalaziti će se nova primjena za prognoziranje podataka temeljem vremenskih nizova iz dva razloga. Jednostavnosti upotrebe i širine primjene. Svaki podatak ima svoju vrijednost, ali podatak koji opisuje budućnost možemo smatrati vrijednim od zlata.

Na početku rada htjeli smo vidjeti postoji li prostora za unapređenje programa i programskih rješenja. S obzirom kako podaci koje smo dobili od programa imaju jako mala odstupanja od naših podataka smatram kako nema puno mjesta za unapređenje programa.

## Popis literature

Ragsdale, C. T. (1995). *Spreadsheet Modeling and Decision Analysis, A practical introduction to management science*. Boston: Course Technology, Inc.

Render, B. i Stair, R. M. Jr. (1999). *Quantitative analysis for management*. New Jersey: Prentice Hall.

Eurostat. (n.d.a.). Households - Availability Of Computers. Pribavljeno 3.7.2019. s adrese: [http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=isoc\\_ci\\_cm\\_h&lang=en](http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=isoc_ci_cm_h&lang=en).

Eurostat. (n.d.b.). Households - Level Of Internet Access. Pribavljeno 3.7.2019. s adrese: [http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=isoc\\_ci\\_in\\_h&lang=en](http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=isoc_ci_in_h&lang=en).

Datasciencedojo. (n.d.). Vremenski nizovi - Kvintilijun poslovnih primjena na koje ste zaboravili. Pribavljeno 13.5.2019. s adrese: <https://blog.datasciencedojo.com/time-series-business-applications/>.

Zaitun Software (n.d.). About Zaitun Time Series. Pribavljeno 20.8.2020. s adrese: <http://www.zaitunsoftware.com/?q=about-zaitun-time-series>.

GMDH (n.d.). Who Are We. Pribavljeno 25.8.2020. s adrese: <https://gmdhsoftware.com/company>.

Perkov, J. (n.d.). Vremenski nizovi. *Statistika druge godine*. Zadar: UNIZD.

Hunjak, T. (n.d.). Prognoziranje. *Kvantitativni menadžment*. Varaždin: FOI.

## Popis slika

Slika 1: Graf prognoziranih vrijednosti metodom pomičnog prosjeka	4
Slika 2: Graf prognoziranih vrijednosti metodom pomičnog prosjeka, 2	6
Slika 3: Graf prognoziranih vrijednosti metodom linije trenda	10
Slika 4: Graf prognoziranih vrijednosti metodom linije trenda 2	11
Slika 5: Osnovno sučelje programa Zaitun	19
Slika 6: Unos podataka u programu Zaitun	19
Slika 7: Metode analize podataka u programu Zaitun	20
Slika 8: Prognoziranje vrijednosti u programu Zaitun	20
Slika 9: Dodatne informacije u programu Zaitun	21
Slika 10: Graf prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun	22
Slika 11: Graf odstupanja prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun	22
Slika 12: Dodatne opcije kod metode eksponencijalnog glaćenja u programu Zaitun	23
Slika 13: Prognozirane vrijednosti metodom eksponencijalnog glaćenja u programu Zaitun	24
Slika 14: Graf prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun	24
Slika 15: Graf odstupanja prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun	25
Slika 16: Odabir tipa trenda u programu Zaitun	25
Slika 17: Prikaz podataka u programu Zaitun	26
Slika 18: Prognozirane vrijednosti metodom linije trenda u programu Zaitun	26
Slika 19: Graf prognoziranih vrijednosti metodom linije trenda u programu Zaitun	27
Slika 20: Odstupanje prognoziranih vrijednosti u programu Zaitun	28
Slika 21: Početno sučelje u programu GMDH Shell	29
Slika 22: Unos podataka u programu GMDH Shell	29
Slika 23: Prognoziranje vrijednosti u programu GMDH Shell	30
Slika 24: Dodatni podaci u programu GMDH Shell	31
Slika 25: Graf prognoziranih vrijednosti u programu GMDH Shell	31



## Popis tablica

Tablica 1: Postotak kućanstava s internetom u europskim državama	3
Tablica 2: Postotak kućanstava s računalima u europskim državama	5
Tablica 3: Postotak kućanstava s internetom u RH	7
Tablica 4: Postotak kućanstava s računalima u europskim državama	7
Tablica 5: Prognozirane vrijednosti metodom eksponencijalnog glaćenja	8
Tablica 6: Postotak kućanstava s internetom u europskim državama	9
Tablica 7: Prognozirane vrijednosti metodom linije trenda	10
Tablica 8: Prognozirane vrijednosti metodom linije trenda 2	10
Tablica 9: Odstupanja prognoziranih vrijednosti od stvarnih metodom pomičnog prosjeka	12
Tablica 10: Odstupanja prognoziranih vrijednosti od stvarnih metodom eksponencijalnog glaćenja	13
Tablica 11: Odstupanja prognoziranih vrijednosti od stvarnih metodom linije trenda	14

# **Prilozi**

- 1. Internet u kućanstvima.xls 2019.**
- 2. Računala u kućanstvima.xls 2019.**