

Predviđanje rezultata sportskih događaja na temelju Elo rangiranja

Pok, Patrick

Undergraduate thesis / Završni rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Organization and Informatics / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:211:324986>

Rights / Prava: [Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported / Imenovanje-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 3.0](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-09**



Repository / Repozitorij:

[Faculty of Organization and Informatics - Digital Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE
VARAŽDIN**

Patrick Pok

**PREDVIĐANJE REZULTATA SPORTSKIH
DOGAĐAJA NA TEMELJU ELO
RANGIRANJA**

ZAVRŠNI RAD

Varaždin, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE
V A R A Ž D I N

Patrick Pok

Matični broj: 0016149374

Studij: Informacijski sustavi – Analiza i dizajn poslovnih sustava

**PREDVIĐANJE REZULTATA SPORTSKIH DOGAĐAJA NA
TEMELJU ELO RANGIRANJA**

ZAVRŠNI RAD

Mentorica:

Jelena Gusić Mundar, mag. math.

Varaždin, kolovoz 2023.

Patrick Pok

Izjava o izvornosti

Izjavljujem da je moj završni rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi istoga nisam koristio drugim izvorima osim onima koji su u njemu navedeni. Za izradu rada su korištene etički prikladne i prihvatljive metode i tehnike rada.

Autor potvrdio prihvaćanjem odredbi u sustavu FOI-radovi

Sažetak

U radu je opisan Elo rejting te matematički i statistički aspekti kao što su npr. krivulje distribucije i k-faktor. Istaknute su prednosti i nedostaci Elo rejtinga kao i usporedba s drugim sustavima rangiranja. U drugom dijelu rada implementiran je Elo algoritam koji za bilo koji poznatiji sustav natjecanja može predvidjeti, točnije dati šanse svakoj pojedinoj ekipi za osvajanje natjecanja na temelju Elo rejtinga. Također je primijenjen implementirani algoritam na podacima prošlogodišnjeg Svjetskog nogometnog prvenstva u Kataru te su dobiveni rezultati uspoređeni s rezultatima koje su predvidjele kladionice.

Ključne riječi: Elo; rangiranje; predikcija; statistika; algoritam; sport; analitika

Sadržaj

| | |
|--|-----|
| Sadržaj..... | iii |
| 1. Uvod..... | 1 |
| 2. Metode i tehnike rada..... | 2 |
| 3. Elo rangiranje..... | 3 |
| 3.1. Arpad Elo..... | 3 |
| 3.2. Matematički aspekt Elo rangiranja..... | 4 |
| 3.2.1. Elo kao prediktivni model..... | 5 |
| 3.2.2. K-faktor..... | 7 |
| 3.3. Prednosti i nedostaci Elo sustava..... | 7 |
| 3.4. Usporedba Elo sustava s ostalim sustavima rangiranja..... | 8 |
| 3.5. Realna primjena Elo rangiranja..... | 13 |
| 4. Implementacija Elo algoritma za predviđanje rezultata sportskih događaja u C++-u..... | 15 |
| 4.1. Implementacija strukture..... | 16 |
| 4.2. Main() funkcija..... | 17 |
| 4.3. Implementacija unosa ekipa..... | 21 |
| 4.4. Implementacija utakmica i primjene Elo algoritma..... | 23 |
| 4.5. Implementacija sustava i faza natjecanja..... | 28 |
| 4.6. Krajnji ispis vjerojatnosti za osvajanje..... | 37 |
| 4.7. Usporedba rezultata implementiranog Elo algoritma s ostalim modelima..... | 39 |
| 5. Zaključak..... | 44 |
| Popis literature..... | 45 |
| Popis slika..... | 47 |
| Popis tablica..... | 48 |

1. Uvod

Tema ovog završnog rada se bazira na Elo rangiranju i njegovoj primjeni u analizi i predviđanju sportskih događaja. Implementirajući Elo algoritam potpuno samostalno susreo sam se s mnogim izazovima i preprekama, ali zbog toga je zadovoljstvo oko konačnog proizvoda još značajnije. Od malena sam bio zainteresiran za sport, ali pogotovo statistički i analitički faktor u sportu te mi je drago što sam pomoću ovog rada uspio ukomponirati dvije stvari prema kojima osjećam strast, a to su sport i programiranje.

Ovaj rad smatram značajnim jer se u današnjem životu, a naročito u sportu sve više koriste prediktivni modeli kako bi se dala predviđanja potpomognuta matematičkim i statističkim faktorima. Posebice relevantnim u tom pogledu smatram kladionice koje danas zarađuju značajan novac upravo zbog široke baze podataka i raznih modela koji im pomažu kreirati i modificirati koeficijente. Naravno da kladionice imaju razvijenije modele zbog količine podataka i informacija koje posjeduju, ali i broja zaposlenih ljudi i njihove stručnosti, no smatram da moj algoritam u dobroj mjeri uspijeva pratiti koeficijente i postotke koje nam nude kladionice.

U prvom dijelu rada koji se bazira na teorijskoj obradi opisan je Elo sustav rangiranja u kojem je nešto više rečeno o samom izumitelju, matematičkim aspektima, zbog čega je formula koncipirana na taj način te elementima formule. Opisani su prednosti i nedostaci Elo sustava, a nakon toga se napravila usporedba s ostalim sustavima rangiranja te je prikazana primjena Elo sustava u ostalim granama života osim sportske analitike.

Drugi dio rada je praktični dio, točnije implementacija Elo algoritma u programskom jeziku C++ te usporedba njegovih rezultata s ostalim relevantnim faktorima kao što su kladionice.

2. Metode i tehnike rada

U teorijskom dijelu rada korištena je metoda sekundarnog istraživanja što znači da su prenesene informacije dobivene na temelju istraživanja drugih. Korišteni su isključivo web izvori iz raznih znanstvenih i stručnih radova, ali i ovlaštenih stranica. U praktičnom dijelu rada primijenjena su teorijska znanja te je implementiran Elo algoritam u programskom jeziku C++, a kao alat, odnosno razvojno okruženje koristio sam *Dev-C++*. Za potrebe generiranja grafa u poglavlju 4.7. korišten je *Visual Studio Code* te programski jezik Python s pripadajućim bibliotekama.

3. Elo rangiranje

Elo rangiranje način je rangiranja koji mjeri jakost igrača u usporedbi s drugim igračima. Zasniva se na principima relativne jakosti što znači da u ažuriranje vrijednosti bodova pojedinog igrača uzima u obzir jakosti igrača protiv kojih se igrač natjecao. Nakon svakog ogleđa dvaju igrača njihovi Elo bodovi se ažuriraju te će igrač koji je pobijedio dobiti isti broj bodova koje će poraženi izgubiti. Upravo zbog svog relativnog načina mjerenja jakosti igrača može služiti kao prediktivni model za buduće događaje. Formula je izvedena tako da u slučaju da igrač *A* ima 100 bodova više od igrača *B* njegova šansa za pobjedu će biti 64%, a primjerice ako je razlika 200 bodova ta šansa se povećava na 76%. Ako bolje rangirani igrač pobijedi on će „uzeti“ manje bodova od svog protivnika nego u slučaju da lošije rangirani igrač pobijedi boljšega. To nas dovodi do zaključka da sustav konstantno sam sebe ispravlja te da će na dovoljno velikom uzorku igara pojedinog igrača dati relevantan uvid u razinu sposobnosti igrača. Svoju početnu primjenu pronašao je u šahu, a kasnije se proširio i na ostale sportove uključujući i eSport. (Mittal, 2020.)

U prvom dijelu ovog poglavlja nešto više će se reći o samom izumitelju Elo rangiranja Arpadu Elou, a u kasnijim dijelovima će se obraditi matematička problematika Elo sustava, njegovi prednosti i nedostaci te usporedba s drugim sustavima rangiranja.

3.1. Arpad Elo

Profesor Arpad Emrick Elo, izumitelj Elo ratinga, bio je mađarsko-američki fizičar i astronom. Rođen je 25. kolovoza 1903. u Mađarskoj, ali se 1913. sa svojom obitelji seli u SAD. Imao je titulu šahovskog majstora, a svo znanje stekao je proučavajući *Encyclopaediju Britannicu* u knjižnici svoje srednje škole. Također je osnivač Šahovske federacije Sjedinjenih Američkih Država (eng. *United States Chess Federation - USCF*). Tijekom svog života promovirao je šah među mladima te ulagao svoje vrijeme u sveopći napredak šaha kao sporta. Tako je krajem 1950-ih, nezadovoljan tadašnjim načinom rangiranja šahista (Harknessov sustav), odlučio osmisliti novi sustav koji bi se više temeljio na objektivnosti i matematičkim principima. USCF je prvi usvojio novi način rangiranja početkom 1960-ih, a desetljeće kasnije i Svjetska šahovska federacija (FIDE) čime je Elo rangiranje postalo temelj za rangiranje šahista te dodjeljivanje raznih nagrada. Danas Elo rangiranje pronalazi svoju primjenu u raznim sportovima temeljenim na ogleđima dvaju igrača/ekipa, ali i u eSportu (*League of Legends, World of Warcraft, FIFA*). Arpad Elo preminuo je 5. studenoga 1992. u Wisconsinu. (Hoekstra, 2021.)

3.2. Matematički aspekt Elo rangiranja

Prije Elo rangiranja šahisti su koristili već spomenuti Harknessov sustav izumitelja Kennetha Harknessa. Kada su u pitanju bili turniri, prvo bi se izračunala aritmetička sredina bodova svih natjecatelja prije početka turnira. Ako bi igrač pobijedio 50% mečeva njegova ocjena bi bila prosječna ocjena svih natjecatelja prije početka turnira. Ako bi postigao više od 50% pobjeda, njegova nova ocjena bi bila prosječna ocjena svih natjecatelja plus 10 bodova za svaki postotak iznad 50. Ista formula bi se prakticirala i u slučaju da je igrač pobijedio manje od 50% mečeva samo što bi se tad oduzimalo 10 bodova za svaki postotak ispod 50. (Mittal, 2020.)

Možemo uzeti fiktivni primjer gdje je prosječna ocjena natjecatelja na turniru 1800, a igrač kojeg mi promatramo dolazi na turnir s ocjenom 1650. Recimo da igrač pobijedi 4 od 11 mečeva na turniru (36,36%), znači manje od 50%, njegova nova ocjena bi iznosila:

$$1800 - (10 * 13,64) = 1663,6$$

Tu već možemo uvidjeti problem da su moguće prevelike fluktuacije ocjena obzirom na jedan turnir te se ne uvažava previše dugoročni uspjeh i konzistentnost, jer se u formulu ne uvrštava početna ocjena pojedinog igrača. U ovom primjeru ocjena fiktivnog igrača se povećala iako on nije ostvario niti 50% pobjeda čisto zbog razloga jer je prosječna ocjena natjecatelja na turniru bila viša od njegove ocjene. Njegova ocjena je ažurirana, a da pritom nisu uopće uzete u obzir ocjene igrača protiv kojih je igrao, koje je dobivao te od kojih je gubio. (Mittal, 2020.)

Zbog toga je Arpad Elo odlučio stvoriti novi sustav rangiranja koji će se više temeljiti na statističkoj objektivnosti. Taj sustav se temeljio na sljedećoj formuli za ažuriranje Elo bodova:

$$R'_A = R_A + K(S_A - E_A)$$

pri čemu je R'_A ažurirana ocjena, R_A predstavlja staru ocjenu, S_A je krajnji rezultat koji može biti 1 ili 0 zavisno o tome je li igrač pobijedio ili izgubio, E_A je očekivani rezultat igrača koji se nalazi u intervalu od 0 do 1, a K je koeficijent o kojem će se nešto više reći u nastavku rada. (Veisdal, 2019.)

Koncept teorije Elo rangiranja temelji se na polaznoj činjenici da će se igrači ocjenjivati prema tome koliko dobro igraju protiv ostalih igrača te će se tijekom dužeg perioda dobiti relevantna ocjena svakog igrača. Elo sustav prati relativnu izvedbu svakog igrača u igrama

nultog zbroja (igre u kojima jedan igrač odnosi sve, nema kompromisa) s dva igrača kao što je recimo šah s određenim pretpostavkama:

- Svaka izvedba se ponaša kao slučajna varijabla
- Svaka izvedba je u skladu s distribucijom vjerojatnosti u obliku zvonaste (Gaussove) krivulje
- Prosječna izvedba igrača se polako mijenja

Time se sprječavaju prevelike fluktuacije ocjena igrača usred izmjena pobjeda i poraza te je ideja da ako igrač tijekom vremena održava konstantnu razinu igre da se ocjena drastično ne mijenja te da se srednja vrijednost performansi mijenja što sporije tijekom vremena kako se ne bi zanemarili prošli rezultati. (Veisdal, 2019.)

Jedna od prvih stvari za koju je USCF smatrao da treba promjenu bila je upotreba normalnih distribucija. Smatrali su da ne predstavlja kvalitetnu reprezentaciju postignutih rezultata, posebno kod igrača s niskim ocjenama. Iz tog razloga su se s normalne distribucije prebacili na logističku distribuciju koje se pokazala boljim odabirom. (Academic Accelerator, bez dat.)

U korištenju Elo modela za potrebe analize ili predviđanja sportskih događaja trebamo napomenuti kako je primjenjiv u više različitih sustava natjecanja kao što su:

- Ligaški format korišten primjerice u engleskoj Premier Ligi (eng. *Premier League – PL*)
- Nokaut turniri poput teniskih
- Bez naročitog rasporeda kao u online videoigramama (Aldous, 2017.)

3.2.1. Elo kao prediktivni model

Kao što je već spomenuto, Elo može služiti kao prediktivni model budući da pomoću njega možemo izračunati šanse za pobjedu pojedinog igrača. Glavni faktor prilikom izračuna šansi je razlika u Elo ocjenama između dvaju igrača, a šanse se mogu izračunati pomoću formula:

$$E_A = \frac{1}{1 + 10^{(R_B - R_A)/400}}$$

$$E_B = \frac{1}{1 + 10^{(R_A - R_B)/400}}$$

pri čemu su E_A i E_B vjerojatnosti za pobjedu igrača A i igrača B , a R_A i R_B Elo ocjene igrača A i igrača B . (Veisdal, 2019.)

U slučaju da je $R_A = R_B$, E_A i E_B bi oboje iznosili 0.5 što je logično jer ako su oba igrača jednako dobra, na dovoljno velikom uzorku dvoboja će ostvariti jednak broj pobjeda, a time će i šanse za pobjedu biti podjednake. (Mittal, 2020.)

Za primjer možemo uzeti utakmicu za 3.mjesto na prošlogodišnjem Svjetskom prvenstvu u Kataru između Hrvatske i Maroka. Prije utakmice Hrvatska je imala Elo ocjenu 1923, a Maroko 1895. Kada oboje uvrstimo u formulu dobivamo sljedeće rezultate:

$$E_{HRV} = \frac{1}{1 + 10^{(1895-1923)/400}}$$

$$E_{HRV} = 54,02\%$$

$$E_{MAR} = \frac{1}{1 + 10^{(1923-1895)/400}}$$

$$E_{MAR} = 45,98\%$$

Vidimo da su prije utakmice šanse bile oko 54% da će Hrvatska pobijediti u utakmici i uzeti brončanu medalju, a oko 46% da će pobjeda otići na stranu Maroka. Na kraju nas je i dočekala napeta utakmica kao što je model i predvidio te je Hrvatska pobijedila s 2-1.

Aspekt u kojem Elo algoritam može poraditi je razlika u pobjedi (eng. *margin of victory* – *MOV*). Dosadašnji Elo algoritam ne uzima u obzir razliku kojom je igrač ili ekipa pobijedila u susretu već samo obraća pažnju na pobjedu ili poraz čime se svodi na binarni ishod. Postavlja se pitanje može li se još dodatno unaprijediti Elo model ako bi se u obzir uzela razlika u pobjedi? U tenisu igrač može izgubiti meč iako je osvojio više gemova od protivnika, primjerice 6-1, 5-7, 5-7 te bi se u ovom slučaju uvođenjem faktora margine kojom se poraz dogodio dao reprezentativniji uvid u stvarno Elo stanje igrača budući da rezultat naslućuje da je veoma mala razlika između njih. Jedan od prijedloga je već testiran u bejzbolu gdje je uveden *MOV* u rasponu od 0 do 1 pri čemu su napeti dvoboji blizu 0, a lake pobjede naginju prema 1. (Kovalchik, 2020.)

3.2.2. K-faktor

K-faktor je konstanta koju možemo prilagođavati zavisno o tome koliko želimo da naša ažuriranja budu osjetljiva na pojedini rezultat. Ako je K prevelik, naša ažuriranja će biti preosjetljiva, a ako je prenizak naša ažuriranja će jako sporo reagirati na rezultate igrača. (Mazzola, 2020.)

Arpad Elo je prvotno predložio da K-faktor iznosi 10 za igrače s ocjenom iznad 2400 čime bi se odbacivala važnost pojedinačnih događaja i više vrednovala dugotrajnost i konzistentnost performansi igrača u dužem vremenskom periodu. Empirijskim promatranjima došlo se do zaključka da bi $K = 24$ možda bila točnija vrijednost. Trenutno USCF koristi K-faktor 32 za igrače s ocjenom ispod 2100, 24 za igrače s ocjenom od 2100 do 2400 te 16 za igrače s ocjenom većom od 2400. (Veisdal, 2019.)

Obično je praksa da se koristi što veći K-faktor kod mlađih i novijih igrača kako bi što prije napredovali i u što kraćem roku došli na razinu na kojoj zaslužuju biti. Što im se više Elo ocjena povećava to će K-faktor biti manji kako bi se više vrednovao rezultat na dugoročniji period. Primjerice tako je FIDE kod tinejdžera uzimao K-faktor 40. (Berard, 2021.)

3.3. Prednosti i nedostaci Elo sustava

Kao i svaki sustav rangiranja u sportu i Elo sustav ima svoje prednosti i nedostatke. Neke od istaknutih prednosti su:

- **Precizna procjena izvedbe** – objektivna i točna mjera učinka natjecatelja čime se omogućava organizatorima natjecanja da poboljšaju svoje turnire
- **Povećana konkurencija i motivacija** – mogućnost izračunavanja svoje i Elo ocjena ostalih igrača doprinosi na kompetitivnosti i motiviranosti natjecatelja za stalnim napretkom
- **Kvalitetno uparivanje protivnika** – jednostavno je procijeniti koji su protivnici na sličnoj razini te ih tako upariti kako bi ogledi bili uzbudljivi i neizvjesni
- **Prilagodljivost** – Elo sustav se može prilagoditi raznim sustavima natjecanja, pojedinačnim i ekipnim disciplinama te mnoštvu sportova
- **Jednostavnost** – jednostavne formule i izračuni bez kompleksnih tablica

Neki od nedostataka su:

- **Mogućnost biranja dvoboja** – igrači s višom ocjenom imaju mogućnost odabira igara te mogu odlučiti ne igrati mečeve u kojima smatraju da im je mogućnost gubitka velika

- **Izolirane ljestvice** – igrači u izoliranim ljestvicama mogu imati nerealne ocjene obzirom na globalnu populaciju s kojom se onda mogu sresti na određenim turnirima (ClickNRun, 2023.)

Iz ove analize možemo vidjeti da je značajan broj prednosti u odnosu na nedostatke Elo rangiranja, a u daljnjim analizama ćemo detaljnije proučiti usporedbu s ostalim načinima rangiranja.

3.4. Usporedba Elo sustava s ostalim sustavima rangiranja

Naravno uz Elo sustav rangiranja postoje i ostali sustavi koji također imaju svoje prednosti i nedostatke. Jedan od „konkurenata“ je zapravo proširenje Elo sustava, a to je Glicko i njegova bolja inačica Glicko-2 sustav. Osmislio ih je američki matematičar Mark Glickman krajem 1990-ih (Glicko) te početkom 2010-ih (Glicko-2). Ono po čemu Glicko proširuje Elo sustav je uzimanje neaktivnosti igrača u obzir budući da se neigranjem mečeva igračeva ocjena može smanjiti te su stoga jako prikladni za sportove i situacije u kojima se mečevi igraju jako rijetko. Novina koju Glickman uvodi je koncept odstupanja u ocjeni igrača. Za razliku od Elo sustava u kojem igrač ima samo jednu ocjenu koja se ažurira, Glickman ovdje vodi računa o još dva parametra: odstupanje u ocjeni (eng. *Rating Deviation - RD*) i promjenjivost ocjene (eng. *Volatility – Vol*). Odstupanje u ocjeni je mjera nesigurnosti igrača. Veće vrijednosti RD ukazuju na veću nesigurnost. Promjenjivost s druge strane je vrijednost koja pokazuje koliko se igračeva ocjena može promijeniti s vremenom. Predstavlja igračevu razinu aktivnosti, a najčešće ju određuje administrator sustava. Kao i Elo sustav, Glicko također ažurira ocjene igrača nakon svakog dvoboja, a s vremenom te odigranim brojem mečeva pada i njegov RD čime se daje veća sigurnost igraču. Novija iteracija sustava Glicko-2 unaprjeđuje postojeći sustav tako što rješava probleme vezane uz početno razdoblje ocjenjivanja, tretiranjem više odigranih igara u vrlo kratkom periodu kao jednom izvedbom te pružanjem jednostavnije i intuitivnije formule. Slično kao i u Elo sustavu, Glicko također koristi stvarnu i očekivanu vrijednost meča za ažuriranje vrijednosti ocjena. Glicko i Glicko-2 su vrlo popularni u raznim igrama u kojima je aktivnost igrača neučestala i gdje se razine mogu vrlo brzo mijenjati zbog poboljšanja performansi igrača. Iako je Glicko-2 pojednostavljen u matematičkom smislu, i dalje zahtijeva dublje razumijevanje statističkih i matematičkih koncepata u odnosu na Elo sustav. (Kaloumenos, bez dat.)

Idući sustav rangiranja je *TrueSkill* osmišljen od strane američke multitehnološke tvrtke Microsoft u njihovom odjelu Microsoft Research za potrebe *Xbox Livea* (Online multiplayer inačica *Xboxa*). Stvoreno je za potrebe praćenja razine sposobnosti igrača kako bi ih moglo uparivati u natjecateljskim mečevima. Korišten je u mnogim igrama kao što su *Halo 3*, *Forza*

Motorsport 7, a poboljšana verzija *TrueSkill 2* u *Gears of War 4* i *Halo 5*. Razlika između prve i druge iteracije je što druga iteracija uzima u obzir individualni učinak u timskim mečevima kako bi što vjerodostojnije dokazala pravu razinu vještine igrača. Za razliku od Elo sustava, *TrueSkill* koristi dvije vrijednosti: prosječnu vještinu igrača te stupanj nesigurnosti u igračevu vještinu. Sustav se temelji na pretpostavci da se vještina svakog igrača može veoma precizno odrediti uz samo ova dva parametra. Ako je nesigurnost još uvijek visoka, znači da ne možemo još realno odrediti prosječnu vještinu, a ako je nesigurnost niska, znači da možemo biti vrlo sigurni u procijenjenu vještinu igrača. Parametar nesigurnosti omogućuje da se vrlo rano mogu napraviti velike promjene vezane uz igračevu vještinu te odrediti igračeva prosječna vještina na vrlo malom uzorku mečeva, ali i da nakon što igrač dosegne viši uzorak da su te promjene u njegovoj prosječnoj vještini što manje budući da je parametar nesigurnosti sve niži. (Microsoft, 2005.)

Nešto matematički jednostavniji koncept rangiranja ekipa je Colleyjev i Masseyjev način rangiranja. Colleyjev način rangiranja koristi usmjerene grafove pomoću kojih se onda u matricu ovisnosti unosi koja ekipa je pobijedila koju te se pomoću linearnih jednadžbi postavljenih na temelju matrice izračunavaju ocjene vrijednosti igrača ili ekipa. (Colley, 2002.)

Veoma sličan sustav postavio je Kenneth Massey koji koristi praktički istu metodu kao i Colley samo što u obzir uzima i razliku kojom je jedna ekipa pobijedila drugu te na temelju slične matrice i linearnih jednadžbi izračunava ocjene igrača ili ekipa. Možemo reći kako su ovo dosta pojednostavljeni sustavi budući da je potrebno elementarno znanje matematike te ne zalazi u dublju analitiku kao što ni ne uzima u obzir dugotrajniji period izvedbi pojedinih igrača ili ekipa. (Heroux, bez dat.)

Kao što je već rečeno Elo sustav se koristi primarno u šahu, a potom i u drugim sportovima stoga bi bilo prikladno usporediti ga s ostalim načinima rangiranja koji su specifični za pojedine sportove. Jedan od najpoznatijih sportova koji koristi specifičnu i javnu ljestvicu kako bi odredio tko je broj 1 na svijetu je tenis. Za primjer ćemo uzeti ljestvicu Udruge teniskih profesionalaca (eng. *Association Tennis Professionals – ATP*) na kojoj se bodovi ostvaruju pomoću rezultata na turnirima koji su u trajanju od jednog do dva tjedna. Turniri tijekom *ATP* sezone su podijeljeni u nekoliko skupina: *Grand Slam*, *ATP Masters 1000*, *ATP 500* te *ATP 250*. Osvajanja tih turnira redom nose 2000, 1000, 500 i 250 bodova dok naravno dostizanje određene runde u svakom turniru također nosi bodove. Igračev *ATP* rejting se izračunava na temelju bodova koje je skupio u 19 turnira od kojih su neki obavezni za nastupanje: četiri *Grand Slama*, osam obaveznih *ATP Masters 1000* te ostalih sedam turnira iz najboljih rezultata s neobaveznih *ATP Masters 1000* te *ATP 500* i *ATP 250* turnira u jednoj kalendarskoj godini. Svake godine kada igrač pristupi nekom turniru brišu mu se bodovi iz prošlogodišnje inačice te mu se pripisuju bodovi koje će ostvariti ove godine. Zato se vrlo često, ako je igrač dobro

odigrao prošlogodišnji turnir, od komentatora može čuti kako: „Igrač ima mnogo bodova za obraniti ove godine“. Tako je primjerice srpski tenisač Novak Đoković 2022. osvojio *Wimbledon* (jedan od četiri *Grand Slama*) i time uknjižio 2000 bodova te je 2023. osvajanjem mogao samo „biti na nuli“. To se nije dogodilo budući da je u finalu poražen od Španjolca Carlosa Alcaraza i time osvojio 1200 bodova, ali budući da mu se prošlogodišnjih 2000 bodova izbrisalo, zapravo je izgubio 800 bodova na ovogodišnjem *Wimbledonu*. Također treba istaknuti nešto što se zove zaštićeni (eng. *Protected*) rejting pomoću kojeg će igrač ako se vraća od duže ozljede, a ima izgrađenu reputaciju, dobiti pozivnicu za određene jače turnire kako bi se lakše vratio te ne bi morao igrati neke slabije turnire i time kočiti igrače koji su tek u usponu. Ukratko može se reći kako je sustav bodovanja veoma inovativan i neuobičajen u odnosu na bilo koji drugi sustav te da veliku pažnju daje recentnijim rezultatima budući da se igrač jednim dobrim turnirom ili serijom loših turnira može značajno popeti ili spustiti na ljestvici. Time se od igrača traži stalna forma i redovito isporučivanje kvalitetnih rezultata jer im rejting nije toliko zaštićen kao kod primjerice Elo rangiranja. (Olympics, 2023.)

Još jedan primjer rangiranja korišten u sportu je dakako ljestvica Svjetske nogometne organizacije poznatije kao FIFA. Prvu ljestvicu FIFA je objavila 1992. godine kako bi se mogle uspoređivati relativne jakosti između nacionalnih ekipa. Prvotna metoda izračuna koja je bila na snazi od 1992. do 1998. uključivala je bazične parametre kao što su ishod utakmice, uzimanje u obzir razlike kojom je utakmica završila, prednost domaćeg terena, važnost utakmice te snaga regije u kojoj se država nalazi, a uzimao se period utakmica u posljednjih 8 godina. 1999. FIFA je pokušala malim promjenama poboljšati dosadašnji sustav no nakon sedam godina uvidjeli su da to nije urodilo plodom. Tako su se 2006. upustili u potpunu rekonstrukciju sustava izračuna pri čemu su u obzir uzimali pet parametara: ishod utakmice, status utakmice, snagu protivnika, regionalnu snagu te razdoblje ocjenjivanja (smanjeno s dosadašnjih 8 na 4 godine). Bodove za ishod utakmice su računali na način da je pobjeda prije jedanaesteraca donosila 3 boda, pobjeda na jedanaesterce 2 boda, neriješen rezultat ili poraz nakon jedanaesteraca 1 bod te poraz 0 bodova. Status utakmice je predstavljao važnost utakmice, budući da se ne može jednako karakterizirati i bodovati prijateljska utakmica i finale Svjetskog prvenstva. Tako je FIFA odlučila da se za prijateljske utakmice koristi multiplikator 1,0, za kvalifikacije za Svjetsko i kontinentalna prvenstva 2,5, kontinentalna prvenstva i Kup konfederacija 3,0 te za Svjetsko prvenstvo 4.0. Snaga protivnika se izračunavala na temelju njegove pozicije na FIFA-inoj ljestvici pomoću formule:

$$\text{Snaga protivnika} = (200 - \text{pozicija na ljestvici})/100$$

pri čemu bi prvoplasiranoj ekipi se automatski dodijelila vrijednost 2 umjesto 1,99 te bi se ekipama rangiranim ispod 150. mjesta svima dodijelila vrijednost 0.5. Regionalna snaga je predstavljala snagu pojedinog kontinenta te je morala iznositi u rasponu od 0.85 do 1. Tako su

primjerice nakon Svjetskog prvenstva u Južnoj Africi 2010. Europa i Južna Amerika imali multiplikator 1,00, Sjeverna Amerika 0,88, Azija i Afrika 0,86 te Oceanija 0,85. No za potrebe specifične utakmice koristio se multiplikator koji je uzimao u obzir aritmetičku sredinu dvije suprotstavljene ekipe. Razdoblje ocjenjivanja je uvedeno kako bi se više vrednovali recentniji rezultati naspram starijih. Kao što je već rečeno uzimaju se u obzir rezultati u posljednje 4 godine sa sljedećim multiplikatorima: posljednjih 12 mjeseci (1,0), prije 12-24 mjeseci (0,5), prije 24-36 mjeseci (0,3), prije 36-48 mjeseci (0,2). Nakon što se svi parametri uzmu u obzir uvrštavaju se u konačnu formulu koja glasi na sljedeći način:

*Ukupni bodovi = Ishod utakmice * Status utakmice * Snaga protivnika * Regionalna snaga*

ali se rezultati odigrani u periodu u godinu dana (tu dolazi u obzir faktor ocjenjivanja razdoblja) te se uzima njihov prosjek obzirom na broj odigranih utakmica, a nakon toga se množe sa 100, isti proces se ponavlja za svaku godinu unazad zadnje 4 godine (s drugačijim faktorom ocjenjivanja razdoblja) i zbrajaju bodovi posljednje 4 godine. (Kelly, 2017.)

No niti jedan od dotadašnjih FIFA-inih sustava rangiranja nije bio bezgrješan te je često nailazio na kritike navijača. Primjerice Norveška je dva puta zasjela na 2.mjesto u listopadu 1993. te od srpnja do kolovoza 1995. Nakon već spomenute rekonstrukcije 2006. poslije Svjetskog prvenstva u Njemačkoj svejedno su se potkrali poneki bizarni slučajevi. SAD je iste te godine uspio doći do 4.mjesta na iznenađenje samih igrača. U studenom 2008. Izrael je dospio na 15.mjesto na iznenađenje izraelskih novinara gdje su sami oštro napali FIFA-in sustav bodovanja jer su se unatoč ne tako bajnim rezultatima uspjeli naći ispred respektabilnih reprezentacija poput Nigerije (22.), SAD-a (24.), Meksika (25.) i Kolumbije (40.). Vrhunac sveopćih kritika bio je u studenom 2015. godine kada je Belgija dospjela na sami vrh ljestvice, a da se pritom plasirala na samo jedno veliko natjecanja u posljednjih 13 godina. To je dalo naslutiti da se nešto mora mijenjati. Ne bi to bio problem da je FIFA-ina ljestvica stvar prestiža i estetike. Britansko ministarstvo unutarnjih poslova ima pravilo da će stranom igraču dati vizu za igranje u engleskoj Premier Ligi (eng. *Premier League – PL*) jedino u slučaju ako se njegova država nalazi u top 70 na FIFA-inoj ljestvici te je tako Nashat Akram 2007. ostao uskraćen za transfer u Manchester City samo zato što je njegov Irak bio 71. na ljestvici iako je neposredno prije, tog ljeta, osvojio Azijski kup pobijedivši Australiju u finalu, u tom trenutku 37. reprezentaciju svijeta. (Last, 2008.)

FIFA-ina ljestvica je također esencijalni i krucijalni faktor u raspoređivanju ekipa u jakosne skupine prilikom ždrijebanja za kvalifikacije ili velika natjecanja kao što su svjetska i europska prvenstva. Nekim osrednjim reprezentacijama poput Rumunjske i Walesa je to dalo povoda da krenu razmišljati „izvan okvira“ te preokrenu ovaj nesavršeni sustav u svoju korist. Priča Walesa datira još iz 2011. godine prije ždrijeba kvalifikacija za Svjetsko prvenstvo 2014.

kada su se našli na diobi 112. mjesta s nogometnim i geografskim liliputancem Farskim Otocima. Wales je prvotno smješten u 5. jakosnu skupinu dok su Farski Otoci svrstani rang niže. Potom je na scenu stupio student politoloških znanosti s Farskih Otoka Jakup Emil Hansen te uz pomoć računalnog kalkulatora izračunao da su Farski Otoci u prednosti nad Walesom za 0,07 bodova i da bi se oni zapravo trebali naći u 5. jakosnoj skupini. FIFA je uvažila prigovor, a nakon toga Hansen je izjavio: „Uopće nisam toliko dobar u matematici“. Wales je tu počeo intenzivno istraživati način bodovanja FIFA-ine ljestvice te su u srpnju 2015., 4 godine nakon spomenutog „incidenta“, zajedno s Rumunjskom zakoračili u top 10. Obje ekipe su došle do zaključka da je igranje prijateljskih utakmica uzaludno što se tiče rejtinga, pogotovo protiv slabijih protivnika, budući da su bodovi koji se dobiju čak i pobjedom u prijateljskoj utakmici najčešće manji od prosjeka bodova koje ekipa trenutno posjeduje. Wales od lipnja 2014. čak 17 mjeseci nije odigrao prijateljsku utakmicu, dok je Rumunjska u istom periodu odigrala samo jednu, a ostale reprezentacije čak po pet-šest utakmica. Tako su se prije ždrijeba za kvalifikacije za Svjetsko prvenstvo 2018. godine Rumunjska i Wales našli u 1. jakosnoj skupini, a nogometne velesile poput Francuske i Italije u 2. Švicarska se koristila sličnom metodom netom prije Svjetskog prvenstva 2014. kada su završili u 1. jakosnoj skupini, dok su ih neke mnogo zvučnije reprezentacije poput Nizozemske, Italije ili Engleske mogle prestići samo otkazivanjem jedne prijateljske utakmice. (Sumner, bez dat.)

Uvidjevši velike probleme u sustavu, FIFA je 2018. nakon Svjetskog prvenstva u Rusiji odlučila povući radikalne mjere i skroz promijeniti način bodovanja. Kao bazu su uzeli Elo sustav te uz male preinake napravili svoju inačicu. Ranije spomenutu formulu su u maloj mjeri promijenili tako što su umjesto K-faktora uveli svoj faktor važnosti utakmice I te formula izgleda ovako:

$$P = P_{RANIJE} + I(W - W_E)$$

prilikom čega su svakoj utakmici dodijelili specifičan faktor na sljedeći način:

- Prijateljske utakmice van roka – 5
- Prijateljske utakmice unutar roka – 10
- Liga nacija (grupna faza) – 15
- Liga nacija (playoff i završnica), kvalifikacije kontinentalnih natjecanja i kvalifikacije za FIFA Svjetsko prvenstvo – 25
- Kontinentalna natjecanja (prije četvrtfinala) – 35
- Kontinentalna natjecanja (četvrtfinale i kasnije) – 40
- FIFA Svjetsko prvenstvo (prije četvrtfinala) – 50
- FIFA Svjetsko prvenstvo (četvrtfinale i kasnije) – 60

a parametar W se računa na sljedeći način:

- Poraz u regularnom dijelu ili produžecima – 0
- Neriješeno ili poraz nakon jedanaesteraca – 0,5
- Pobjeda nakon jedanaesteraca – 0,75
- Pobjeda u regularnom dijelu ili produžecima – 1

Parametar W_e se računa na način kao i vjerojatnost pobjede u originalnoj formuli Elo rangiranja jedino što u eksponentu umjesto 400 koriste 600 čime se malo brže mijenja rejting ekipe. (Burns, 2022.)

3.5. Realna primjena Elo rangiranja

Kao što je već spomenuto Elo sustav pronalazi široku primjenu u sportu, eSportu, ali i u igranju videoigara, jer svaki igrač koji se barem jednom upusti u online multiplayer dobiva svoju vrijednost Elo rejtinga. Veoma je koristan u uparivanju igrača u raznim videoigrama kako bi se stvorila natjecateljska atmosfera u svakom meču. Također je korišten i u rangiranju igrača u raznim kartaškim igrama i igrama na ploči kao što su *Go*, *Backgammon* i *Scrabble*. Van domene zabavnih sadržaja svoju upotrebu pronalazi također i u biometriji za identifikaciju pojedinaca pomoću ljudskih opisa. Stranice za udruživanja i natjecanja programera kao *Topcoder* i *Codeforces* koriste modificirane verzije Elo sustava. (Academic Accelerator, bez dat.)

Velika primjena Elo sustava je i u aplikacijama za upoznavanje kao što je *Tinder*. Osim što dobro pamti koga je osoba „pomaknula“ lijevo ili desno, *Tinder* jako dobro prati preferencije kao što su dob, obrazovanje, zanimanje, udaljenost ili čak boja kose. Također je jako dobar u prepoznavanju preferencija korisnika koji su jako slični. Iako nikad nije točno utvrđeno kako *Tinderov* Elo sustav zapravo funkcionira. Pretpostavlja se da ga određuje par faktora: postotak korisnika kojima se sviđa ili ne sviđa profil osobe, Elo ocjena osoba koje ocjenjuju nečiji profil, omjer podudaranja prema sviđanjima (eng. *match-to-like ratio*) te ukupan broj podudaranja i sviđanja. (Farfields, 2023.)

Može se reći kako je zapravo preteča svake aplikacije za upoznavanje bio *FaceMash* Marka Zuckerberga iz 2003. To je bila jednostavna web aplikacija koju je napravio iz čiste dosade, a temeljila se na uspoređivanju izgleda studentica i studenata svih fakulteta koji su se nalazili u Harvardovom kompleksu. Nakon što je ilegalno skinuo fotografije svih studenata i napisao kod web aplikacije, jedina stvar koja mu je nedostajala bio je algoritam koji će mu omogućiti kvalitetnije uparivanje studenata. Tu mu je pomogao njegov kolega Eduardo Saverin, student ekonomije, koji mu je napisao Elo formulu pomoću koje bi ažurirao rejting

svake osobe. Scena je prikazana u filmu iz 2010. Društvena mreža (eng. *Social Network*) koji prati Zuckerbergov uspon. Zuckerberg je zbog *FaceMasha* i neovlaštenog preuzimanja fotografija studenata bio suspendiran s fakulteta na određeni period te se nakon toga ispričao i ugasio stranicu. (Veisdal, 2019.)

4. Implementacija Elo algoritma za predviđanje rezultata sportskih događaja u C++-u

U nastavku je prikazana implementacija Elo algoritma za predviđanje rezultata sportskih događaja u programskom jeziku C++. Program radi na principu da prvo dopusti korisniku izbor sustava natjecanja i broj ekipa koji će sudjelovati te broj simulacija na kojem se želi provesti predikcija. Potom za svaku ekipu traži od korisnika unos naziva i Elo rejtinga, a nakon toga kreće sa simulacijom natjecanja prema principu da simulira svaku utakmicu na temelju šansi ekipa za pobjedu izračunatu pomoću Elo rejtinga i pomoću generiranja slučajnih brojeva, sve dok se ne dođe do pobjednika natjecanja (pritom ažurirajući Elo rejting obje ekipe nakon svake utakmice). Isti proces se ponavlja n puta pri čemu je n broj simulacija koje je korisnik unio na početku. Za potrebe primjera i demonstracije korišteni su stvarni Elo rejtingi svih nacionalnih momčadi koje su sudjelovale na prošlogodišnjem Svjetskom nogometnom prvenstvu u Kataru na dan 19.11.2022., a dostupni su na stranici *World Football Elo Ratings*. Vidljivi su i na slici 1.

World Football Elo Ratings: 2022 World Cup

| Ratings and Statistics as of Saturday November 19 2022 | | | | | | | | | | | |
|--|-------|--------|---------------|--------|---------|--------|---------------|--------|-------|------|------|
| Rank | Local | Global | Team | Rating | Average | | 1 Year Change | | Total | Home | Away |
| | | | | | Rank | Rating | Rank | Rating | | | |
| 1 | 1 | | Brazil | 2169 | 4 | 1999 | 0 | +20 | 1026 | 364 | 331 |
| 2 | 2 | | Argentina | 2143 | 5 | 1984 | +1 | +42 | 1061 | 368 | 405 |
| 3 | 3 | | Spain | 2048 | 7 | 1941 | +2 | +11 | 737 | 324 | 290 |
| 4 | 4 | | Netherlands | 2040 | 15 | 1844 | +8 | +111 | 853 | 405 | 345 |
| 5 | 5 | | Belgium | 2007 | 23 | 1751 | -1 | -68 | 834 | 401 | 358 |
| 6 | 6 | | Portugal | 2006 | 19 | 1789 | +2 | +33 | 651 | 304 | 246 |
| 7 | 7 | | France | 2005 | 16 | 1784 | -5 | -109 | 890 | 455 | 330 |
| 8 | 9 | | Denmark | 1971 | 20 | 1798 | +1 | +34 | 864 | 393 | 383 |
| 9 | 10 | | Germany | 1963 | 8 | 1910 | -1 | 0 | 1003 | 444 | 403 |
| 10 | 11 | | Uruguay | 1936 | 12 | 1878 | +6 | +89 | 971 | 321 | 413 |
| 11 | 12 | | Croatia | 1927 | 13 | 1876 | +2 | +69 | 356 | 143 | 153 |
| 12 | 13 | | England | 1920 | 4 | 1979 | -7 | -112 | 1109 | 490 | 506 |
| 13 | 15 | | Switzerland | 1902 | 27 | 1684 | -4 | -32 | 852 | 409 | 376 |
| 14 | 16 | | Serbia | 1898 | 20 | 1785 | +2 | +52 | 822 | 288 | 405 |
| 15 | 18 | | Ecuador | 1833 | 65 | 1510 | -2 | -24 | 558 | 174 | 195 |
| 16 | 21 | | Poland | 1814 | 29 | 1711 | +8 | +44 | 878 | 376 | 394 |
| 17 | 22 | | Mexico | 1809 | 20 | 1778 | -3 | -33 | 967 | 287 | 262 |
| 18 | 23 | | United States | 1798 | 41 | 1639 | -9 | -60 | 765 | 437 | 247 |
| 19 | 24 | | Iran | 1797 | 40 | 1654 | -4 | -39 | 631 | 214 | 179 |
| 20 | 25 | | Wales | 1790 | 22 | 1667 | -5 | -46 | 698 | 327 | 343 |
| 21 | 26 | | Japan | 1787 | 62 | 1453 | +5 | +27 | 784 | 311 | 190 |
| 22 | 27 | | South Korea | 1786 | 35 | 1687 | 0 | -1 | 1004 | 333 | 240 |
| 23 | 29 | | Canada | 1776 | 47 | 1599 | -1 | -9 | 437 | 136 | 188 |
| 24 | 30 | | Morocco | 1766 | 44 | 1653 | +11 | +45 | 670 | 289 | 210 |
| 25 | 35 | | Costa Rica | 1743 | 35 | 1693 | +24 | +126 | 738 | 246 | 266 |
| 26 | 38 | | Australia | 1719 | 34 | 1671 | -5 | -14 | 589 | 249 | 214 |
| 27 | 40 | | Tunisia | 1707 | 53 | 1603 | +12 | +62 | 709 | 312 | 233 |
| 28 | 44 | | Senegal | 1687 | 56 | 1588 | -2 | -18 | 640 | 203 | 237 |
| 29 | 46 | | Qatar | 1680 | 94 | 1411 | +7 | +37 | 629 | 287 | 137 |
| 30 | 55 | | Saudi Arabia | 1635 | 76 | 1496 | -11 | -48 | 754 | 299 | 135 |
| 31 | 60 | | Cameroon | 1609 | 52 | 1605 | +1 | 0 | 616 | 174 | 236 |
| 32 | 67 | | Ghana | 1567 | 43 | 1655 | -5 | -36 | 720 | 229 | 276 |

Slika 1: Popis ekipa na Svjetskom prvenstvu u Kataru i njihovi Elo rejtingi (World Football Elo Ratings, 2023.)

4.1. Implementacija strukture

Prvo ubacujemo sve biblioteke s potrebnim funkcijama koje će nam trebati prilikom pisanja algoritma, a nakon toga prvo stvaramo strukturu *team* koja predstavlja entitet svake ekipe koja sudjeluje u željenoj simulaciji, a sadrži nekoliko varijabli:

- **id** – označava identifikator svake ekipe, jedini atribut kojeg korisnik ne unosi već se automatski dodjeljuje ekipi
- **name** – naziv ekipe
- **points** – broj bodova ekipe prilikom grupne faze
- **startElo** – stvarni Elo rejting ekipe koji korisnik unosi na početku korištenja programa, a služi kako bi svaka simulacija bila nezavisna od prijašnjih
- **elo** – na početku svake simulacije poprima vrijednost startElo, ali se tijekom simulacije ažurira obzirom na rezultate ekipe
- **dec** – vjerojatnost za pobjedu ekipe u određenom dvoboju, vrijednost između 0 i 1
- **percentage** – varijabla dec pomnožena sa 100
- **W** – broj osvojenih simulacija ekipe
- **Wpc** – postotak osvojenih simulacija ekipa (*W* podijeljen s brojem simulacija).

Nakon toga deklariramo nekoliko lista koje sve poprimaju varijable strukture *team*. Lista *teams* na početku sprema sve ekipe s atributima koje unosimo. Lista *secondRound* predstavlja period nokaut faze, *order* predstavlja top 3 ekipe koje se ispisuju na kraju svake simulacije te zbog toga može poprimiti samo 3 elementa, *winner* sprema pobjednika svake simulacije (maksimalno 10 000), *notAllowed* i *end* se koriste prilikom sortiranja i ispisa ekipa prema postotku na kraju izvođenja programa te će detaljnije biti pojašnjen kasnije. Od ostalih varijabli *temp* se koristi prilikom raznih sortiranja, *diff1* i *diff2* se koriste prilikom izvođenja Elo algoritma kako bi se odredila razlika u Elo rejtingu dvaju ekipa, *randomNum* se koristi prilikom generiranja slučajnog broja u Elo algoritmu, *result* za ispis rezultata nekog dvoboja, dok se *systemPick* i *numTeams* koriste za odabir sustava natjecanja i broja ekipa koje sudjeluju u natjecanju.

```
#include<iostream>
#include<string.h>
#include<math.h>
#include<cstdlib>
#include<ctime>
using namespace std;
```

```

struct team{
    int id;
    char name[20];
    int points;
    float startElo;
    float elo;
    float dec;
    float percentage;
    float W;
    float Wpc;
};

struct team teams[32];
struct team secondRound[32];
struct team order[3];
struct team winners[10000];
struct team notAllowed[10000];
struct team end[10000];
struct team temp;
float diff1, diff2;
int randomNum, result, counter=0, winnerCounter=0;
char systemPick;
int numTeams;

```

4.2. Main() funkcija

U donjem dijelu programa predstavljena je *main()* funkcija u kojoj se zapravo radi isključivo na pozivanju raznih funkcija iz drugih dijelova programa zavisno od toga koji je sustav natjecanja i broj ekipa izabran pomoću varijabli *systemPick* te *numTeams*. Korisnika se odmah na početku programa pita koji sistem natjecanja želi odabrati te su mu dane tri mogućnosti: grupe + nokaut (G), nokaut (K) i jedna utakmica (J). Unošenjem određenog slova korisnik odabire sustav natjecanja te nakon toga bira broj ekipa koje sudjeluju. Ako je odabrao grupe + nokaut dane su mu mogućnosti 8, 16 ili 32 ekipe kao što je vidljivo na slici 2, dok u nokautu uz to može birati i 4 ekipe. U slučaju odabira jedne utakmice nema pravo biranja ekipe jer se podrazumijeva da će samo dvije sudjelovati. Nakon toga korisnik je upitan na koliko simulacija želi simulirati natjecanje (maksimalno 10 000), a taj broj se sprema u varijablu *n*. U nastavku će detaljnije biti objašnjene razne funkcije vidljive u *main()* funkciji.

```

int main()
{
    srand(time(0));
    rand();
    float n;
    bool exists=false;
    cout << "Odaberite nacin natjecanja: Grupe/Knockout/Jedna
utakmica.(G/K/J)";
    cin >> systemPick;
    if(systemPick=='G'){
        cout << "Odaberite broj ekipa koji sudjeluju u natjecanju.(8/16/32)";
        cin >> numTeams;
    }
    if(systemPick=='K'){
        cout << "Odaberite broj ekipa koji sudjeluju u
natjecanju.(4/8/16/32)";
        cin >> numTeams;
    }

    if(systemPick=='J'){
        numTeams=2;
        createOneMatch();
        match(teams[0], teams[1]);
    }
    if(systemPick=='G' && numTeams==32){
        cout << "Broj simulacija (do 10 000): ";
        cin >> n;
        createGroups();
        for(int m=0; m<n; m++){
            groups();
            printGroups();
            switchingGroups32();
            eighth();
            quarterfinal();
            semifinal();
            final();
            finish();
        }
    }

    if(systemPick=='G' && numTeams==16){

```



```

cout << "Broj simulacija (do 10 000): ";
cin >> n;
createGroups();
for(int m=0; m<n; m++){
    groups();
    printGroups();
    switchingGroups16();
    quarterfinalGroup();
    semifinal();
    final();
    finish();
}
}

if(systemPick=='G' && numTeams==8){
    cout << "Broj simulacija (do 10 000): ";
    cin >> n;
    createGroups();
    for(int m=0; m<n; m++){
        groups();
        printGroups();
        switchingGroups8();
        semifinalGroup();
        final();
        finish();
    }
}

if(systemPick=='K' && numTeams==4){
    cout << "Broj simulacija (do 10 000): ";
    cin >> n;
    createKnockout();
    for(int m=0; m<n; m++){
        semifinalKnockout();
        final();
        finish();
    }
}

if(systemPick=='K' && numTeams==8){

```

```

cout << "Broj simulacija (do 10 000): ";
cin >> n;
createKnockout();
for(int m=0; m<n; m++){
    quarterfinalKnockout();
    semifinal();
    final();
    finish();
}
}

if(systemPick=='K' && numTeams==16){
    cout << "Broj simulacija (do 10 000): ";
    cin >> n;
    createKnockout();
    for(int m=0; m<n; m++){
        eighthKnockout();
        quarterfinal();
        semifinal();
        final();
        finish();
    }
}

if(systemPick=='K' && numTeams==32){
    cout << "Broj simulacija (do 10 000): ";
    cin >> n;
    createKnockout32();
    for(int m=0; m<n; m++){
        sixteenthKnockout();
        eighthKnockout();
        quarterfinal();
        semifinal();
        final();
        finish();
    }
}
}

```

```
Odaberite nacin natjecanja: Grupe/Knockout/Jedna utakmica.(G/K/J)G
Odaberite broj ekipa koji sudjeluju u natjecanju.(8/16/32)_
```

Slika 2: Prikaz izbornika u algoritmu (Autorski rad, 2023.)

4.3. Implementacija unosa ekipa

Prikazano je stvaranje grupa u slučaju da je korisnik odabrao grupe + nokaut opciju. Pretpostavlja se da će biti 4 ekipe po grupi te se puni lista *teams* ekipama pri čemu se od korisnika traži da unese ime ekipe i Elo rejting, a *id* se automatski unosi počevši od 1. Prikaz je vidljiv na slici 3.

```
void createGroups() {
    for(int i=1; i<(numTeams/4)+1; i++){
        cout << "Grupa " << char(i+64);
        for(int j=(i*4)-4; j<4*i; j++){
            teams[j].id = j+1;
            cout << endl;
            cout << "Ime ekipe: ";
            cin >> teams[j].name;
            cout << "Elo rating: ";
            cin >> teams[j].startElo;
        }
        cout << endl;
    }
}
```

```
Odaberite nacin natjecanja: Grupe/Knockout/Jedna utakmica.(G/K/J)G
Odaberite broj ekipa koji sudjeluju u natjecanju.(8/16/32)32
Broj simulacija (do 10 000): 10000
Grupa A
Ime ekipe: Katar
Elo rating: 1680

Ime ekipe: Senegal
Elo rating: 1687

Ime ekipe: Nizozemska
Elo rating: 2040

Ime ekipe: Ekvador
Elo rating: 1833

Grupa B
Ime ekipe: Engleska
Elo rating: 1920

Ime ekipe: SAD
Elo rating: 1798

Ime ekipe: Iran
Elo rating: _
```

Slika 3: Prikaz unosa imena ekipa zajedno s pripadajućim Elo rejtingom (Autorski rad, 2023.)

```

void createOneMatch(){
    for(int i=0; i<2; i++){
        if(i%2==0) cout << endl;
        teams[i].id = i+1;
        cout << "Ime ekipe: ";
        cin >> teams[i].name;
        cout << "Elo rating: ";
        cin >> teams[i].elo;
        if(i%2==0) cout << "VS." << endl;
    }
}

```

```

void createKnockout(){
    for(int i=0; i<numTeams; i++){
        if(i%2==0) cout << endl;
        secondRound[i].id = i+1;
        cout << "Ime ekipe: ";
        cin >> secondRound[i].name;
        cout << "Elo rating: ";
        cin >> secondRound[i].startElo;
        if(i%2==0) cout << "VS." << endl;
    }
    cout << endl;
}

```

```

void createKnockout32(){
    for(int i=0; i<numTeams; i++){
        if(i%2==0) cout << endl;
        teams[i].id = i+1;
        cout << "Ime ekipe: ";
        cin >> teams[i].name;
        cout << "Elo rating: ";
        cin >> teams[i].startElo;
        if(i%2==0) cout << "VS." << endl;
    }
    cout << endl;
}

```

Preostale funkcije kreiranja se sve zasnivaju na sličnom principu budući da su u pitanju nokaut sustavi te se iterira od 0 do broja ekipa unesenih putem *numTeams*, a ako je iterator *i*

djeljiv s 2 onda se na kraju ispisuje „VS.“ kako bi se dobio dojam koje ekipe igraju međusobno. Kao i kod grupa za svaku ekipu se unosi ime i Elo rejting, a *id* je automatski. U nastavku će detaljnije biti objašnjene funkcije utakmica prilikom uparivanja dvaju ekipa. Jedan takav primjer vidljiv je na slici 4.

```
Odaberite nacin natjecanja: Grupe/Knockout/Jedna utakmica.(G/K/J)K
Odaberite broj ekipa koji sudjeluju u natjecanju.(4/8/16/32)16
Broj simulacija (do 10 000): 10000

Ime ekipe: Ekipa_A
Elo rating: 2000
VS.
Ime ekipe: Ekipa_B
Elo rating: 1800

Ime ekipe: Ekipa_C
Elo rating: 1900
VS.
Ime ekipe: Ekipa_D
Elo rating: 1700

Ime ekipe: Ekipa_E
Elo rating: 1500
VS.
Ime ekipe:
```

Slika 4: Prikaz unosa nokaut faze sa 16 ekipa (Autorski rad, 2023.)

4.4. Implementacija utakmica i primjene Elo algoritma

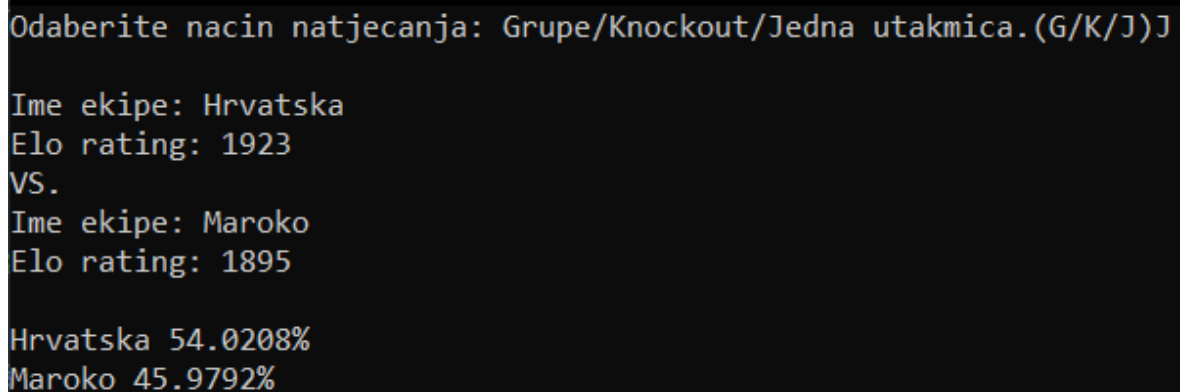
Funkcija jedne utakmice koja kao dva argumenta prima dvije ekipe *teamA* i *teamB* tipa strukture *team*. Prvo se izračunavaju *diff1* i *diff2* na temelju razlika Elo rejtinga dvaju ekipa te nakon toga *dec* i *percentage* varijable za obje ekipe kako bi se dobile šanse dvaju ekipa za pobjedu u ovom dvoboju. Zbroj *dec* varijabli dvaju ekipa će uvijek iznositi 1, a *percentage* 100. Nakon toga u ovom specifičnom slučaju se samo ispisuju imena ekipa i njihovi postoci koji predstavljaju šansu za pobjedu. Za primjer možemo uzeti već spomenutu utakmicu Hrvatske i Maroka iz poglavlja 3.2.1., a sve je vidljivo na slici 5.

```
void match(team& teamA, team& teamB){
    diff1 = float(teamB.elo - teamA.elo)/400;
    teamA.dec = float(1/(1+pow(10,diff1)));
    teamA.percentage = float(teamA.dec*100);
```

```

diff2 = float(teamA.elo - teamB.elo)/400;
teamB.dec = float(1/(1+pow(10,diff2)));
teamB.percentage = float(teamB.dec*100);
cout << endl;
cout << teamA.name << " " << teamA.percentage << "%" << endl;
cout << teamB.name << " " << teamB.percentage << "%" << endl;
}

```



```

Odaberite nacin natjecanja: Grupe/Knockout/Jedna utakmica.(G/K/J)
Ime ekipe: Hrvatska
Elo rating: 1923
VS.
Ime ekipe: Maroko
Elo rating: 1895

Hrvatska 54.0208%
Maroko 45.9792%

```

Slika 5: Primjer jedne utakmice (Autorski rad, 2023.)

Utakmica grupne faze također kao i sve ostale prima kao argumente dvije ekipe te je postupak izračunavanja šansi za pobjedu isti te se nakon toga generira slučajan broj *randomNum* između 0 i 100 kako bi se ipak postigao faktor slučajnosti i raznovrsnosti u simulacijama te dala slabijim ekipama šansa za pobjedu. Inače bi u svakoj simulaciji pobjeđivala ekipa s najboljim Elo rejtingom. Uzmimo fiktivan primjer u kojem su šanse ekipe A 76%, a ekipe B 24%. Ako bi bio generiran slučajan broj između 0 i 76 ekipa A bi ostvarila pobjedu, a ako bi bio generiran slučajan broj između 77 i 100 ekipa B bi ostvarila pobjedu. Time se ekipi B daje određena šansa za pobjedu u dvoboju, ali će ipak na dovoljno velikom uzorku ekipa A ipak u otprilike $\frac{3}{4}$ slučajeva odnijeti pobjedu. Nakon toga zavisno koji if uvjet je zadovoljen, pobjedničkoj i gubitničkoj ekipi se ažurira rejting prema Elo formuli kako bi se simulirao rast ekipe kroz natjecanje i zamah koji ekipa stječe pobjeđivanjem protivnika, bili oni slabiji ili jači. Budući da je ovo namijenjeno za utakmice grupne faze također se protivniku dodaju 3 boda te se upisuje vrijednost 1 ili 2 u varijablu *result* kako bi se nakon svake utakmice moglo ispisati koja je ekipa pobijedila u susretu.

```

void groupMatch(team& teamA, team& teamB){
    diff1 = float(teamB.elo - teamA.elo)/400;
    teamA.dec = (1/(1+pow(10,diff1)));
    teamA.percentage = teamA.dec*100;
}

```

```

diff2 = float(teamA.elo - teamB.elo)/400;
teamB.dec = (1/(1+pow(10,diff2)));
teamB.percentage = teamB.dec*100;
randomNum = rand()%101;
if(randomNum <= teamA.percentage){
    teamA.points += 3;
    teamA.elo += 32*(1-teamA.dec);
    teamB.elo += 32*(0-teamB.dec);
    result = 1;
}
else{
    teamB.points += 3;
    teamB.elo += 32*(1-teamB.dec);
    teamA.elo += 32*(0-teamA.dec);
    result = 2;
}
cout << teamA.name << " vs. " << teamB.name << " " << result << endl;
}

void knockoutMatch(team& teamA, team& teamB, int j){
    diff1 = float(teamB.elo - teamA.elo)/400;
    teamA.dec = (1/(1+pow(10,diff1)));
    teamA.percentage = teamA.dec*100;
    diff2 = float(teamA.elo - teamB.elo)/400;
    teamB.dec = (1/(1+pow(10,diff2)));
    teamB.percentage = teamB.dec*100;
    randomNum = rand()%101;
    if(randomNum <= teamA.percentage){
        teamA.elo += 32*(1-teamA.dec);
        teamB.elo += 32*(0-teamB.dec);
        secondRound[j] = teamA;
        result = 1;
    }
    else{
        teamB.elo += 32*(1-teamB.dec);
        teamA.elo += 32*(0-teamA.dec);
        secondRound[j] = teamB;
        result = 2;
    }
    cout << teamA.name << " vs. " << teamB.name << " " << result << endl;
}

```

```

void semifinalMatch(team& teamA, team& teamB, int j){
    diff1 = float(teamB.elo - teamA.elo)/400;
    teamA.dec = (1/(1+pow(10,diff1)));
    teamA.percentage = teamA.dec*100;
    diff2 = float(teamA.elo - teamB.elo)/400;
    teamB.dec = (1/(1+pow(10,diff2)));
    teamB.percentage = teamB.dec*100;
    randomNum = rand()%101;
    if(randomNum <= teamA.percentage){
        teamA.elo += 32*(1-teamA.dec);
        teamB.elo += 32*(0-teamB.dec);
        secondRound[j] = teamA;
        secondRound[j+2] = teamB;
        result = 1;
    }
    else{
        teamB.elo += 32*(1-teamB.dec);
        teamA.elo += 32*(0-teamA.dec);
        secondRound[j] = teamB;
        secondRound[j+2] = teamA;
        result = 2;
    }
    cout << teamA.name << " vs. " << teamB.name << " " << result << endl;
}

```

```

void thirdPlaceMatch(team& teamA, team& teamB){
    diff1 = float(teamB.elo - teamA.elo)/400;
    teamA.dec = (1/(1+pow(10,diff1)));
    teamA.percentage = teamA.dec*100;
    diff2 = float(teamA.elo - teamB.elo)/400;
    teamB.dec = (1/(1+pow(10,diff2)));
    teamB.percentage = teamB.dec*100;
    randomNum = rand()%101;
    if(randomNum <= teamA.percentage){
        teamA.elo += 32*(1-teamA.dec);
        teamB.elo += 32*(0-teamB.dec);
        order[2] = teamA;
        result = 1;
    }
}

```



```

else{
    teamB.elo += 32*(1-teamB.dec);
    teamA.elo += 32*(0-teamA.dec);
    order[2] = teamB;
    result = 2;
}
cout << teamA.name << " vs. " << teamB.name << " " << result << endl;
}

void finalMatch(team& teamA, team& teamB){
    diff1 = float(teamB.elo - teamA.elo)/400;
    teamA.dec = (1/(1+pow(10,diff1)));
    teamA.percentage = teamA.dec*100;
    diff2 = float(teamA.elo - teamB.elo)/400;
    teamB.dec = (1/(1+pow(10,diff2)));
    teamB.percentage = teamB.dec*100;
    randomNum = rand()%101;
    if(randomNum <= teamA.percentage){
        teamA.elo += 32*(1-teamA.dec);
        teamB.elo += 32*(0-teamB.dec);
        order[0] = teamA;
        order[1] = teamB;
        winners[winnerCounter] = teamA;
        result = 1;
        winnerCounter++;
    }
    else{
        teamB.elo += 32*(1-teamB.dec);
        teamA.elo += 32*(0-teamA.dec);
        order[0] = teamB;
        order[1] = teamA;
        winners[winnerCounter] = teamB;
        result = 2;
        winnerCounter++;
    }
    cout << teamA.name << " vs. " << teamB.name << " " << result << endl;
}

```

Svaka od prikazanih funkcija utakmica funkcionira na veoma sličan način uz male preinake u svakoj. U svakoj se izračunava šansa za pobjedu te generira slučajan broj no razlika je u onome što se onda radi s pobjednikom susreta. Primjerice dok se u utakmici grupne faze pobjedniku pripisuju 3 boda, u *knockoutMatch()* se pobjednika premješta na drugo mjesto u listi kako bi nastavio sudjelovati u natjecanju, u *semifinalMatch()* se pobjednika i gubitnika raspoređuje u utakmicu za 3.mjesto i finale, a u *finalMatch()* se pobjednik i gubitnik spremaju u *order* listu za tu specifičnu simulaciju, dok se pobjednik također sprema i u *winner* listu na svoje mjesto pomoću varijable *winnerCounter* koja se povećava za jedan u svakoj simulaciji što znači da će broj elemenata u *winner* listi odgovarati broju simulacija koje je korisnik zadao. U narednom dijelu će više biti rečeno o fazama natjecanja.

4.5. Implementacija sustava i faza natjecanja

U donjem isječku koda je dio koji se odnosi na grupnu fazu pri čemu iterirajući kroz svaku skupinu uparuje četiri ekipe iz te skupine svaku sa svakom pomoću funkcije *groupMatch()* koja se ponavlja šest puta, ali svaki put uz različiti par ekipa. Koriste se dvije for petlje pri čemu prva petlja iterira kroz grupe, a druga uzima u obzir četiri ekipe koje se nalaze u toj skupini. Prvo na početku svake skupine resetira broj bodova (*points*) svake ekipe na 0 kako se ne bi prenosili bodovi ekipa iz prošle simulacije. Sličnu stvar radi s varijablom *elo* te joj pripisuje *startElo* koji je korisnik unio na početku iz istog razloga kako se ne bi prenosio konačan *elo* ekipe iz prošle simulacije. Sve se to radi kako bi se dobila nezavisnost simulacija. Nakon što je algoritam simulirao svaku utakmicu u grupi potrebno je sortirati ekipe na temelju varijable *points*, a za to koristimo *bubblesort*. Rezultati jedne grupe u pojedinoj simulaciji vidljivi su na slici 6.

```
void groups () {
    srand(time(0));
    rand();
    for(int i=1; i<(numTeams/4)+1; i++){
        cout << "Grupa " << char(i+64) << endl;
        for(int j=(i*4)-4; j<4*i; j++){
            cout << endl;

            teams[j].points = 0;
            teams[j+1].points = 0;
            teams[j+2].points = 0;
            teams[j+3].points = 0;
```

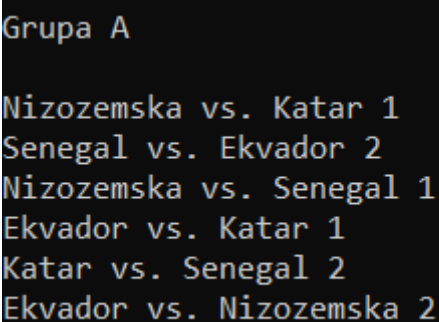
```

teams[j].elo = teams[j].startElo;
teams[j+1].elo = teams[j+1].startElo;
teams[j+2].elo = teams[j+2].startElo;
teams[j+3].elo = teams[j+3].startElo;

groupMatch(teams[j], teams[j+2]);
groupMatch(teams[j+1], teams[j+3]);
groupMatch(teams[j], teams[j+3]);
groupMatch(teams[j+2], teams[j+1]);
groupMatch(teams[j+1], teams[j]);
groupMatch(teams[j+3], teams[j+2]);

for (int k = 0; k < 3; k++){
    for (int l = (i*4)-4; l < (4*i-k-1); l++){
        if (teams[l].points < teams[l+1].points){
            temp = teams[l];
            teams[l] = teams[l+1];
            teams[l+1] = temp;
        }
    }
}
break;
}
cout << endl;
}
}

```



```

Grupa A
Nizozemska vs. Katar 1
Senegal vs. Ekvador 2
Nizozemska vs. Senegal 1
Ekvador vs. Katar 1
Katar vs. Senegal 2
Ekvador vs. Nizozemska 2

```

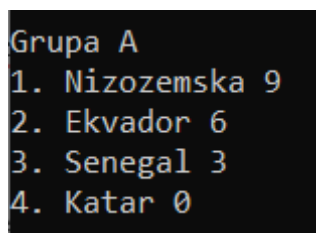
Slika 6: Simulirani rezultati grupe A sa Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. (Autorski rad, 2023.)

```

void printGroups () {
    for(int i=1; i<(numTeams/4)+1; i++){
        int br = 1;
        cout << "Grupa " << char(i+64);
        cout << endl;
        for(int j=(i*4)-4; j<4*i; j++){
            cout << br++ << ". " << teams[j].name << " " << teams[j].points
<< endl;
        }
        cout << endl;
    }
}

```

Funkcija *printGroups()* služi kako bi se ispisao konačan poredak u svakoj grupi u svakoj simulaciji. Silazno sortirana grupa prema rezultatima na slici 6., vidljiva je na slici 7.



```

Grupa A
1. Nizozemska 9
2. Ekvador 6
3. Senegal 3
4. Katar 0

```

Slika 7: Simulirana grupa A prošlogodišnjeg Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. (Autorski rad, 2023.)

Funkcije faza natjecanja nam služe kako bi smo mogli upariti odgovarajuće ekipe u određenim fazama te pobjednike tih dvoboja proslijediti dalje. Za primjer ćemo uzeti *sixteenthKnockout()* koja je prva runda u nokaut natjecanju s 32 ekipe te u ovoj *for* petlji povećavamo brojač u svakoj iteraciji za 2 jer uparujemo ekipu koja se nalazi na indeksu *i* te onu koja se nalazi na *i+1*. Na početku također moramo svakoj ekipi pripisati *elo = startElo* kako bi se dobila nezavisnost simulacija o kojoj smo već pričali. Iz istog razloga imamo i neke faze natjecanja za koje postoje tri različite funkcije kao što je recimo četvrtfinale. Imamo funkciju *quarterfinalGroup()* koja se koristi u slučaju da četvrtfinalu prethodi grupna faza u sustavu turnira sa 16 ekipa. Običnu *quarterfinal()* funkciju koristimo u slučaju da je četvrtfinalu prethodila nokaut faza osmine finala, a *quarterfinalKnockout()* funkciju koristimo u slučaju da je to prva faza turnira točnije da je korisnik odabrao nokaut sustav s 8 ekipa te tu moramo također na početku izjednačiti *elo* i *startElo* svake ekipe zbog nezavisnosti simulacija. Slična stvar je napravljena i s fazama polufinala i osmine finala, dok se u funkciji *final()* pozivaju

funkcije utakmica za 3.mjesto i finala čime se određuje pobjednik natjecanja. U funkciji *finish()* ispisuju se prva tri mjesta svake simulacije obzirom na elemente liste *order*. Na slikama 8., 9., 10. i 11. vidljiva je jedna kompletna simulacija Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. pri čemu su uneseni realni Elo rejtinzi.

```
void sixteenthKnockout() {
    int i,j=0;
    for(i=0; i<32; i++){
        teams[i].elo = teams[i].startElo;
    }
    cout << "1/16 finale" << endl;
    cout << endl;
    for(i=0; i<32; i=i+2){
        knockoutMatch(teams[i], teams[i+1], j);
        j++;
    }
    cout << endl;
}

void eighth() {
    int i,j=16;
    cout << "Osmina finala" << endl;
    cout << endl;
    for(i=0; i<=12; i=i+4){
        knockoutMatch(secondRound[i], secondRound[i+3], j);
        j++;
    }

    for(int i=2; i<=14; i=i+4){
        knockoutMatch(secondRound[i], secondRound[i-1], j);
        j++;
    }
}

void eighthKnockout() {
    int i,j=16;
    if(numTeams==16) {
        for(i=0; i<16; i++){
            secondRound[i].elo = secondRound[i].startElo;
        }
    }
}
```

```

    }
}
cout << "Osmina finala" << endl;
cout << endl;
for(i=0; i<16; i=i+2){
    knockoutMatch(secondRound[i], secondRound[i+1], j);
    j++;
}
}

void quarterfinalGroup(){
    int i,j=24;
    cout << "Cetvrtfinale" << endl;
    cout << endl;
    for(i=0; i<=4; i=i+4){
        knockoutMatch(secondRound[i], secondRound[i+3], j);
        j++;
    }

    for(int i=2; i<=6; i=i+4){
        knockoutMatch(secondRound[i], secondRound[i-1], j);
        j++;
    }
}

void quarterfinal(){
    cout << endl;
    int i,j=24;
    cout << "Cetvrtfinale";
    cout << endl;
    for(i=16; i<=22; i=i+2){
        knockoutMatch(secondRound[i], secondRound[i+1], j);
        j++;
    }
}

void quarterfinalKnockout(){
    int i,j=24;
    for(i=0; i<8; i++){
        secondRound[i].elo = secondRound[i].startElo;

```

```

    }
    secondRound[16] = secondRound[0];
    secondRound[17] = secondRound[1];
    secondRound[18] = secondRound[2];
    secondRound[19] = secondRound[3];
    secondRound[20] = secondRound[4];
    secondRound[21] = secondRound[5];
    secondRound[22] = secondRound[6];
    secondRound[23] = secondRound[7];
    cout << endl;
    cout << "Cetvrtfinale";
    cout << endl;
    for(i=16; i<=22; i=i+2){
        knockoutMatch(secondRound[i], secondRound[i+1], j);
        j++;
    }
}

void semifinalGroup(){
    int i,j=28;
    cout << "Polufinale" << endl;
    cout << endl;
    for(i=0; i<=1; i=i+1){
        semifinalMatch(secondRound[i], secondRound[i+2], j);
        j++;
    }
}

void semifinal(){
    cout << endl;
    int i,j=28;
    cout << "Polufinale";
    cout << endl;
    for(i=24; i<=26; i=i+2){
        semifinalMatch(secondRound[i], secondRound[i+1], j);
        j++;
    }
}

```

```

void semifinalKnockout(){
    int i,j=28;
    for(i=0; i<4; i++){
        secondRound[i].elo = secondRound[i].startElo;
    }
    secondRound[24]=secondRound[0];
    secondRound[25]=secondRound[1];
    secondRound[26]=secondRound[2];
    secondRound[27]=secondRound[3];
    cout << endl;
    cout << "Polufinale";
    cout << endl;
    for(i=24; i<=26; i=i+2){
        semifinalMatch(secondRound[i], secondRound[i+1], j);
        j++;
    }
}

void final(){
    cout << endl;
    cout << "Za 3.mjesto" << endl;
    thirdPlaceMatch(secondRound[30], secondRound[31]);

    cout << endl;
    cout << "FINALE" << endl;
    finalMatch(secondRound[28], secondRound[29]);
}

void finish(){
    cout << endl;
    cout << "1.mjesto: " << order[0].name << endl << "2.mjesto: " <<
order[1].name << endl << "3.mjesto: " << order[2].name << endl;
    cout << endl;
}

```



```

Grupa A
Nizozemska vs. Senegal 1
Ekvador vs. Katar 1
Nizozemska vs. Ekvador 1
Katar vs. Senegal 1
Senegal vs. Ekvador 2
Katar vs. Nizozemska 2

Grupa B
Wales vs. SAD 1
Engleska vs. Iran 1
Wales vs. Engleska 2
Iran vs. SAD 1
SAD vs. Engleska 2
Iran vs. Wales 1

Grupa C
Argentina vs. Poljska 1
Meksiko vs. Saudijska_Arabija 1
Argentina vs. Meksiko 1
Saudijska_Arabija vs. Poljska 2
Poljska vs. Meksiko 2
Saudijska_Arabija vs. Argentina 2

Grupa D
Francuska vs. Tunis 2
Danska vs. Australija 1
Francuska vs. Danska 1
Australija vs. Tunis 2
Tunis vs. Danska 2
Australija vs. Francuska 2

Grupa E
Spanjolska vs. Japan 1
Njemacka vs. Kostarika 1
Spanjolska vs. Njemacka 1
Kostarika vs. Japan 1
Japan vs. Njemacka 1
Kostarika vs. Spanjolska 1

```

Slika 8: Simulacija rezultata u grupama Svjetskog prvenstva u Kataru 2022., 1.dio (Autorski rad, 2023.)

```

Grupa F
Hrvatska vs. Belgija 2
Kanada vs. Maroko 1
Hrvatska vs. Kanada 1
Maroko vs. Belgija 2
Belgija vs. Kanada 1
Maroko vs. Hrvatska 2

Grupa G
Brazil vs. Kamerun 1
Svicarska vs. Srbija 2
Brazil vs. Svicarska 1
Srbija vs. Kamerun 2
Kamerun vs. Svicarska 2
Srbija vs. Brazil 1

Grupa H
Juzna_Koreja vs. Portugal 2
Urugvaj vs. Gana 1
Juzna_Koreja vs. Urugvaj 1
Gana vs. Portugal 2
Portugal vs. Urugvaj 1
Gana vs. Juzna_Koreja 2

```

Slika 9: Simulacija rezultata u grupama Svjetskog prvenstva u Kataru 2022., 2.dio (Autorski rad, 2023.)

Grupa A
1. Nizozemska 9
2. Ekvador 6
3. Katar 3
4. Senegal 0

Grupa B
1. Engleska 9
2. Iran 6
3. Wales 3
4. SAD 0

Grupa C
1. Argentina 9
2. Meksiko 6
3. Poljska 3
4. Saudijska_Arabija 0

Grupa D
1. Francuska 6
2. Danska 6
3. Tunis 6
4. Australija 0

Grupa E
1. Spanjolska 6
2. Kostarika 6
3. Njemacka 3
4. Japan 3

Grupa F
1. Belgija 9
2. Hrvatska 6
3. Kanada 3
4. Maroko 0

Grupa G
1. Brazil 6
2. Srbija 6
3. Svicarska 3
4. Kamerun 3

Grupa H
1. Portugal 9
2. Juzna_Koreja 6
3. Urugvaj 3
4. Gana 0

Slika 10: Poredak grupa simulacije Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. (Autorski rad, 2023.)

```

Osmina finala
Nizozemska vs. Iran 1
Argentina vs. Danska 1
Spanjolska vs. Hrvatska 1
Brazil vs. Juzna_Koreja 1
Engleska vs. Ekvador 1
Francuska vs. Meksiko 1
Belgija vs. Kostarika 1
Portugal vs. Srbija 1

Cetvrtfinale
Nizozemska vs. Argentina 2
Spanjolska vs. Brazil 2
Engleska vs. Francuska 1
Belgija vs. Portugal 2

Polufinale
Argentina vs. Brazil 2
Engleska vs. Portugal 1

Za 3.mjesto
Argentina vs. Portugal 1

FINALE
Brazil vs. Engleska 1

1.mjesto: Brazil
2.mjesto: Engleska
3.mjesto: Argentina

```

Slika 11: Simulacija nokaut faze Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. (Autorski rad, 2023.)

4.6. Krajnji ispis vjerojatnosti za osvajanje

Posljednja stvar koju je potrebno napraviti u algoritmu je izračunati postotak pobjeda za svaku ekipu te ih sortirati od najvećeg do najmanjeg.

```

for(int i=0; i<n; i++){
    exists=false;
    for(int j=0; j<i; j++){
        if(notAllowed[j].id == winners[i].id) exists=true;
    }
    if(exists==true) continue;
    winners[i].W+=1;
    for(int q=i+1; q<n; q++){
        if(winners[q].id == winners[i].id) winners[i].W += 1;
    }
    winners[i].Wpc = float(float(winners[i].W)/n)*100;
    end[counter++] = winners[i];
    notAllowed[i].id = winners[i].id;
}

```

U gornjem isječku koda koriste se tri *for* petlje, a cijeli dio je zadužen za prebrojavanje koliko se puta koja ekipa pojavljuje u *winners* listi kako bi se utvrdio broj osvajanja (*W*) i konačni

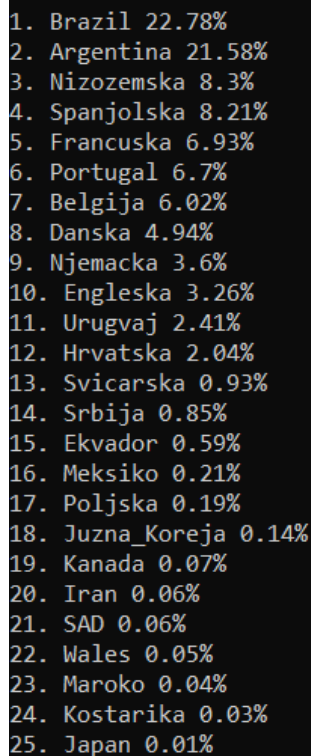
postotak (*Wpc*). Prva *for* petlja služi kako bi se „prošlo“ kroz svaku simulaciju obzirom na njihov broj *n*. Potom se pokreće druga *for* petlja koja potom kreće od 0 do trenutnog iteratora *i* koja provjerava je li se već pojavila ekipa s tim *id*-jem u dosadašnjem toku liste. Ako se *i* u jednom trenutku pojavila *bool* varijabla *exists* se postavlja na *true* te se poziva *continue* koji zanemaruje ostatak koda te pokreće sljedeću iteraciju prve *for* petlje. To je napravljeno iz razloga jer za sve ekipe koje su se već pojavile smo prebrojali sve njihove buduće pobjede u trećoj *for* petlji koja iz tog razloga počinje od $q=i+1$ pa sve do kraja liste i trenutnom pobjedniku dodaje svaku njegovu iduću pobjedu. Nakon što iterator dođe do kraja liste broj pobjeda određenog člana *winner*s liste je konačan i potrebno je to pretvoriti u postotak na način da se podijeli s brojem simulacija i pomnoži sa 100. Svaki pobjednik se potom dodaje u *end* listu koja će služiti za konačan ispis pobjednika te *notAllowed* listu koja služi kako bismo znali da smo za tu ekipu već prebrojali sve pobjede.

```
for (int k = 0; k < counter-1; k++){
    for (int l = 0; l < counter-k-1; l++){
        if (end[l].Wpc < end[l+1].Wpc){
            temp = end[l];
            end[l] = end[l+1];
            end[l+1] = temp;
        }
    }
}
```

Ponovno koristimo *bubblesort* u kojem u *end* listi uspoređujemo postotke pobjeda svake ekipe (*Wpc*) te ih sortiramo silazno.

```
for(int b=0; b < counter; b++){
    cout << b+1 << ". " << end[b].name << " " << end[b].Wpc << "% " << endl;
}
```

Na kraju je sortirane pobjednike potrebno ispisati redom uz njihov naziv (*name*) i postotak pobjeda (*Wpc*), kao što je prikazano na slici 12 na kojoj su vidljive predviđene šanse za osvajanje Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. svih momčadi koje su sudjelovale. Simulacija je provedena 10 000 puta i korišteni su pravi podaci na dan 19.11.2022. (dan prije početka spomenutog natjecanja).



| | | |
|-----|--------------|--------|
| 1. | Brazil | 22.78% |
| 2. | Argentina | 21.58% |
| 3. | Nizozemska | 8.3% |
| 4. | Spanjolska | 8.21% |
| 5. | Francuska | 6.93% |
| 6. | Portugal | 6.7% |
| 7. | Belgija | 6.02% |
| 8. | Danska | 4.94% |
| 9. | Njemacka | 3.6% |
| 10. | Engleska | 3.26% |
| 11. | Urugvaj | 2.41% |
| 12. | Hrvatska | 2.04% |
| 13. | Svicarska | 0.93% |
| 14. | Srbija | 0.85% |
| 15. | Ekvador | 0.59% |
| 16. | Meksiko | 0.21% |
| 17. | Poljska | 0.19% |
| 18. | Juzna_Koreja | 0.14% |
| 19. | Kanada | 0.07% |
| 20. | Iran | 0.06% |
| 21. | SAD | 0.06% |
| 22. | Wales | 0.05% |
| 23. | Maroko | 0.04% |
| 24. | Kostarika | 0.03% |
| 25. | Japan | 0.01% |

Slika 12: Postotne šanse za osvajanje Svjetskog prvenstva u Kataru na 10 000 simulacija
(Autorski rad, 2023.)

4.7. Usporedba rezultata implementiranog Elo algoritma s ostalim modelima

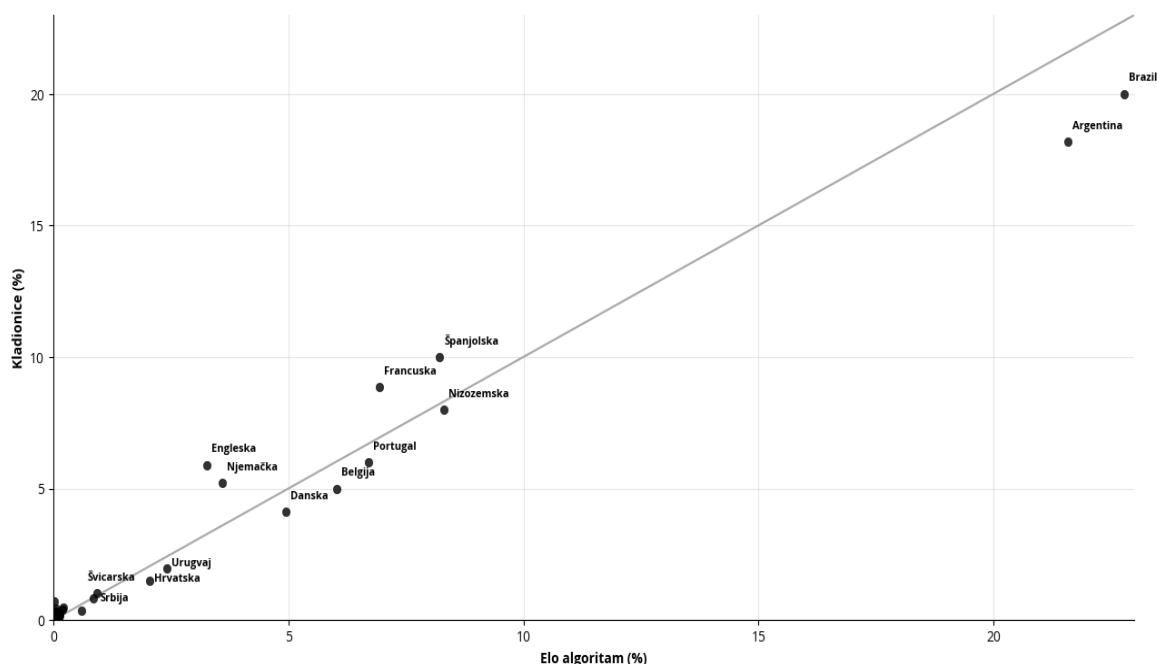
Prvotni način koji bi se činio prikladnim za provjeriti točnost i preciznost rezultata koje daje ranije kreirani algoritam je usporediti ga sa stvarnim događajima. No to nije slučaj budući da je stvarni događaj samo jedna od mogućih „simulacija“ te je preveliki faktor slučajnosti i sreće uključen te na kraju niti jedan algoritam, a ni čovjek ne može sa stopostotnom sigurnošću predvidjeti sportski događaj. Stoga bi bilo pametnije usporediti rezultate s ostalim javno dostupnim modelima predviđanja. Smatra se da neke od najkompleksnijih i najpreciznijih modela posjeduju kladionice što se može vidjeti i u količini profita koje ostvaruju pa možemo reći kako su veoma referentna točka za usporedbu.

Tablica 1: Usporedba šansi za osvajanje Svjetskog prvenstva 2022.

| Ekipa | Elo algoritam | Kladionice |
|-------------------|---------------|------------|
| Brazil | 22.78 | 20 |
| Argentina | 21.58 | 18.18 |
| Nizozemska | 8.3 | 8 |
| Španjolska | 8.21 | 10 |
| Francuska | 6.93 | 8.88 |
| Portugal | 6.7 | 5.92 |
| Belgija | 6.02 | 5 |
| Danska | 4.94 | 4.5 |
| Njemačka | 3.6 | 5.24 |
| Engleska | 3.26 | 5.9 |
| Urugvaj | 2.41 | 2.02 |
| Hrvatska | 2.04 | 1.54 |
| Švicarska | 0.93 | 1.25 |
| Srbija | 0.85 | 0.91 |
| Ekvador | 0.59 | 0.72 |
| Meksiko | 0.21 | 0.75 |
| Poljska | 0.19 | 0.42 |
| Južna Koreja | 0.14 | 0.14 |
| Kanada | 0.07 | 0.23 |
| Iran | 0.06 | 0.23 |
| SAD | 0.06 | 0.37 |
| Wales | 0.05 | 0.18 |
| Maroko | 0.04 | 0.26 |
| Kostarika | 0.03 | 0.01 |
| Japan | 0.01 | 0.38 |
| Kamerun | <0.01 | 0.15 |
| Tunis | <0.01 | 0.08 |
| Gana | <0.01 | 0.16 |
| Australija | <0.01 | 0.11 |
| Senegal | <0.01 | 0.19 |
| Katar | <0.01 | 0.01 |
| Saudijska Arabija | <0.01 | 0.08 |

SVJETSKO PRVENSTVO 2022.

Povezanost predviđanja na temelju Elo algoritma i koeficijena kladionica



Slika 13: Usporedba šansi za osvajanje Svjetskog prvenstva dobivenih primjenom Elo algoritma te prognoza kladionica (Autorski rad, 2023.)

Na slici 13. i u tablici 1. možemo vidjeti usporedbu šansi za osvajanje Svjetskog prvenstva 2022. Elo algoritma i šansi koje su dale kladionice, a objavio ih je 18.11.2022. *Bristol Post* (Piercy, 2022.), ali u tekstu navode kako su podatke preuzeli s *Oddscheckera*, inače stranice na kojoj se mogu uspoređivati koeficijenti za različite sportske događaje u različitim kladionicama. Na y-osi predstavljene su šanse kladionica, a na x-osi šanse prema Elo algoritmu. Središnja linija predstavlja slučaj u kojem bi obje šanse bile jednakog postotka što nas dovodi do zaključka da je potrebno što manje odstupanje od linije. Vidimo da većih odstupanja nema te da Elo algoritam nije previše precijenio (ekipa je previše „ispod linije“), a niti podcijenio (ekipa je previše „iznad linije“) niti jednu momčad. Prosječno odstupanje je bilo 0,66% po ekipi, a najveće odstupanje je bilo u slučaju Brazila (Elo dao 2,78% veće šanse) te nakon njih Engleska (Elo je dao 2,64% manje šanse) što se može opravdati činjenicom da je većina poznatijih kladionica iz Engleske te se uvjerljivo najviše Engleza kladi stoga moraju dati svojoj ekipi veće šanse kako bi privukli veći broj ljudi. Može se zaključiti kako je Elo algoritam odradio odličan posao kada ga uspoređujemo s kladionicama budući da se on bazira na čistoj matematici i jednoj brojki koja je pridružena svakoj ekipi. Pretpostavlja se da kladionice koriste slične modele implementirane u radu no imaju i mogućnost modificiranja koeficijenata jer imaju puno veći izvor informacija koje se ne mogu kvantificirati kao što su iznenadne ozljede ili međuljudski odnosi, odnosno podatke koje slični algoritmi ne mogu obraditi.

Na slici 14. možemo vidjeti šanse tenisača za osvajanje *Canadian Opena* koji se održava u trenutku pisanja ovog rada te su nam dostupni Elo rejtinzi svakog igrača te aktualni koeficijenti kladionica pa je najpraktičniji primjer. Elo rejtinzi su preuzeti sa stranice *Tennis Abstract*. (Tennis Abstract, bez dat.)

| | |
|------------------------------|--------|
| 1. Carlos Alcaraz | 46.56% |
| 2. Daniil Medvedev | 18.19% |
| 3. Jannik Sinner | 13.99% |
| 4. Casper Ruud | 5.11% |
| 5. Taylor Fritz | 4.22% |
| 6. Alex De Minaur | 2.14% |
| 7. Hubert Hukarcz | 1.65% |
| 8. Milos Raonic | 1.63% |
| 9. Tommy Paul | 1.5% |
| 10. Andy Murray | 1.27% |
| 11. Lorenzo Musetti | 1.21% |
| 12. Gael Monfils | 0.97% |
| 13. Alejandro Davidovich Fok | 0.94% |
| 14. Mackenzie McDonald | 0.35% |
| 15. Marcos Giron | 0.16% |
| 16. Aleksandar Vukic | 0.11% |

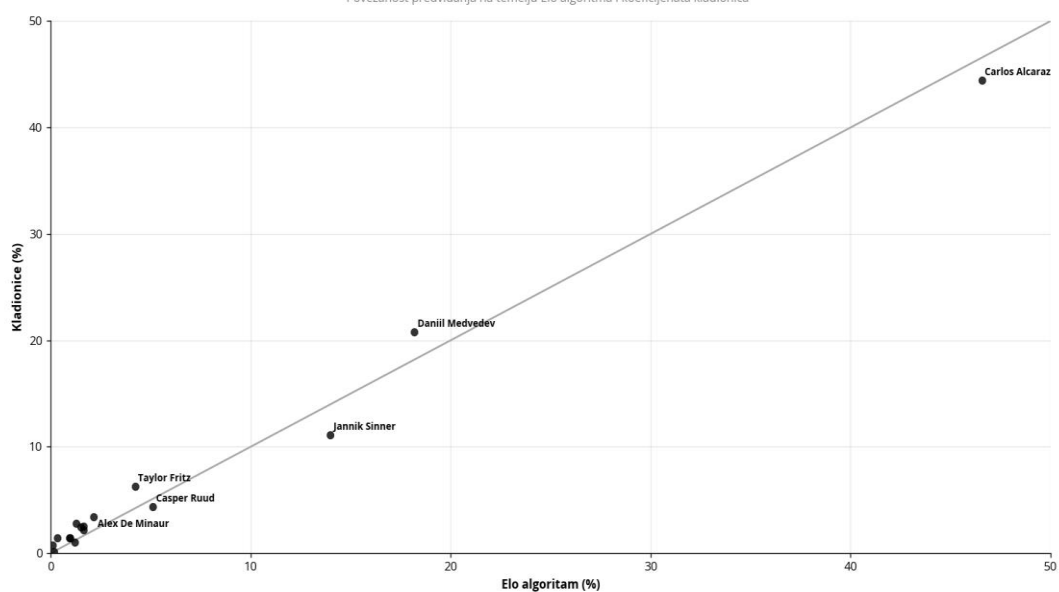
Slika 14: Šanse za osvajanje teniskog *Canadian Opena* 2023. (Autorski rad, 2023.)

Tablica 2: Usporedba šansi za osvajanje *Canadian Opena* 2023.

| Igrač | Elo algoritam | Kladionice |
|--------------------|---------------|------------|
| Carlos Alcaraz | 46.56 | 44.44 |
| Daniil Medvedev | 18.19 | 20.8 |
| Jannik Sinner | 13.99 | 11.11 |
| Casper Ruud | 5.11 | 4.34 |
| Taylor Fritz | 4.22 | 6.25 |
| Alex De Minaur | 2.14 | 3.44 |
| Hubert Hurkacz | 1.65 | 2.5 |
| Miloš Raonić | 1.63 | 2.2 |
| Tommy Paul | 1.5 | 2.44 |
| Andy Murray | 1.27 | 2.83 |
| Lorenzo Musetti | 1.21 | 1 |
| Gael Monfils | 0.97 | 1.46 |
| Davidovich Fokina | 0.94 | 1.46 |
| Mackenzie McDonald | 0.35 | 1.46 |
| Marcos Giron | 0.16 | 0.16 |
| Aleksandar Vukic | 0.11 | 0.73 |

CANADIAN OPEN 2022.

Povezanost predviđanja na temelju Elo algoritma i koeficijenta kladionica



Slika 15: *Canadian Open 2023* – Usporedba Elo algoritma i kladionica (Autorski rad, 2023.)

Na slici 15. i u tablici 2. možemo vidjeti korelaciju između rezultata Elo algoritma za *Canadian Open 2023*. te najpoznatijih kladionica čiji su koeficijenti vidljivi na *Oddscheckeru*. Svi igrači u velikoj mjeri prate liniju, najveće odstupanje je 2,88% (Jannik Sinner), a prosječno odstupanje je 1,16%.

5. Zaključak

U radu je detaljno opisan Elo sustav rangiranja zajedno sa svojim prednostima i nedostacima te je uspoređen s drugim sustavima. Veoma je koristan kao prediktivni model što je vidljivo u činjenici da sve više sportskih organizacija ili videoigara prisvaja Elo sustav te ga nadograđuje ili prilagođava svojim potrebama. Opisani su i matematički aspekti sustava kao što je formula i njeni elementi uz detaljna objašnjenja zašto je pojedini parametar u određenom obliku. U radu sam za potrebe implementacije programskog rješenja koristio Dev-C++, a za potrebe komparativne studije Visual Studio Code i Python.

Govoreći o implementaciji rješenja najteži dio bio je osmisliti način rješavanja određenog problema, a nakon toga samo pisanje koda nije predstavljalo veću prepreku. Najveći izazov je bio ubaciti element slučajnosti jednog događaja kakav je prisutan u sportu i životu te su tu upotrijebljeni pseudoslučajni brojevi, a na kraju se ipak dobiju realni rezultati na dovoljno velikom broju simulacija. Poredak koji izbacuje Elo algoritam implementiran u radu u dobroj mjeri sličan i sa samom tablicom Elo rejtinga prikazanoj na slici 1., ali i tu se zna naći poneka razlika zbog strukture samog ždrijeba i zavisnosti kakav put do osvajanja određena ekipa mora proći. Smatram da algoritam implementiran u radu kvalitetno može „predvidjeti“ sportski događaj što potvrđuju korespondencija i korelacija s relevantnim faktorima kao što su procjene koje nude kladionice. Elo algoritam je moćan alat koji u kombinaciji s drugim kvantitativnim, ali i kvalitativnim znanjima može dati zapanjujuće rezultate kad je riječ o predviđanju budućih događaja, a to vidimo i u sve većoj njegovoj primjeni u sportu, ali i drugim sferama života.

Popis literature

Hoekstra, K. (2021.). *Who Was Chess Master Arpad Elo, and What is the Elo Rating System?*. Preuzeto 24.7.2023. s <https://worldchesshof.org/hof-inductee/arpad-emrick-elo>

Veisdal, J. (2019.). *The Mathematics of Elo Ratings*. Preuzeto 24.7.2023. s <https://www.cantorsparadise.com/the-mathematics-of-elo-ratings-b6bfc9ca1dba>

Mittal, R. (2020.). *What is an ELO rating?* Preuzeto 24.7.2023. s <https://medium.com/purple-theory/what-is-elo-rating-c4eb7a9061e0>

Mazzola, M. (2020.). *Understanding the Elo Rating System*. Preuzeto 25.7.2023. s <https://mattmazzola.medium.com/understanding-the-elo-rating-system-264572c7a2b4>

Berard, T. (2021.). *What is the K-factor in the Elo Formula — Is it a Mistake?* Preuzeto 25.7.2023. s <https://tonyberard.medium.com/what-is-the-k-factor-in-the-elo-formula-is-it-a-mistake-e37c16098e00>

Academic Accelerator (bez dat.). *Elo Rating System*. Preuzeto 25.7.2023. s <https://academic-accelerator.com/encyclopedia/elo-rating-system>

ClickNRun (2023.). *Elo Rankings*. Preuzeto 25.7.2023. s <https://clickn.run/en/blog/elo-rankings>

Kaloumenos, M. (bez dat.). *The Glicko system for beginners*. Preuzeto 26.7.2023. s https://www.englishchess.org.uk/wp-content/uploads/2012/04/The_Glicko_system_for_beginners1.pdf

Microsoft (2005.). *TrueSkill™ Ranking System*. Preuzeto 26.7.2023. s <https://www.microsoft.com/en-us/research/project/trueskill-ranking-system/>

Colley, W. N. (2002.). *Colley's Bias Free College Football Ranking Method: The Colley Matrix Explained*. Preuzeto 26.7.2023. s <https://www.colleyrankings.com/matrate.pdf>

Heroux, M. (bez dat.). *Massey's Method*. Preuzeto 26.7.2023. s <https://maherou.github.io/Teaching/files/CS317/masseyMethod.pdf>

Kelly, R. (2017.). *FIFA world ranking: How it is calculated and what it is used for*. Preuzeto 27.7.2023. s <https://www.goal.com/en/news/fifa-world-ranking-how-it-is-calculated-what-it-is-used-for/16w60sntqv7x61a6q08b7ooi0>

Sumner, S. (bez dat.). *BEATING THE SYSTEM: HOW WALES PLANNED THEIR SEEDING SUCCESS ON A CALCULATOR*. Preuzeto 27.7.2023. s <https://thesetpieces.com/world-football/beating-system-wales-planned-seeding-success-calculator/>

- Burns, E. (2022.). *How do FIFA calculate world rankings?* Preuzeto 27.7.2023. s <https://www.90min.com/posts/how-do-fifa-calculate-world-rankings>
- Farfields, L. (2023.). *Tinder ELO Score Explained: The Secret to Success on Tinder.* Preuzeto 27.7.2023. s <https://textgod.com/tinder-elo-score/>
- World Football Elo Ratings: 2022 World Cup [Slika] (2022.). Preuzeto 9.8.2023. s https://www.eloratings.net/2022_World_Cup_start
- Piercy, J. (2022.). *World Cup 2022 odds: Brazil and Argentina heavily fancied as England's chances drift slightly.* Preuzeto 10.8.2023. s <https://www.bristolpost.co.uk/sport/football/world-cup-2022-odds-brazil-7839646>
- Tennis Abstract (bez dat.). *ATP Elo ratings.* Preuzeto 10.8.2023. s https://tennisabstract.com/reports/atp_elo_ratings.html
- Oddschecker (bez dat.). *ATP Toronto Winner Betting Odds.* Preuzeto 10.8.2023. s <https://www.oddschecker.com/us/tennis/atp-toronto/winner>
- Olympics (2023.). *Tennis rankings: How they work and difference between ATP and WTA systems.* Preuzeto 17.8.2023 s <https://olympics.com/en/news/tennis-rankings-atp-wta-men-women-doubles-singles-system-grand-slam-olympics>
- Last, J. (2008.). *The Last Word: It's time to get rid of the FIFA rankings.* Preuzeto 17.8.2023. s <https://web.archive.org/web/20081116143529/http://fr.jpost.com/servlet/Satellite?cid=1226404731036&pagename=JPost%2FJPArticle%2FShowFull>
- Aldous, D. (2017.). *Elo Ratings and the Sports Model: A Neglected Topic in Applied Probability?*. Statist. Sci. 32 (4) 616 – 629. Preuzeto 17.8.2023. s <https://doi.org/10.1214/17-STS628>
- Kovalchik, S. (2020.). *Extension of the Elo rating system to margin of victory.* International Journal of Forecasting, 36 (4) 1329-1341. Preuzeto 17.8.2023. s <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2020.01.006>.

Popis slika

| | |
|---|----|
| Slika 1: Popis ekipa na Svjetskom prvenstvu u Kataru i njihovi Elo rejtinzi (World Football Elo Ratings, 2023.)..... | 15 |
| Slika 2: Prikaz izbornika u algoritmu (Autorski rad, 2023.) | 21 |
| Slika 3: Prikaz unosa imena ekipa zajedno s pripadajućim Elo rejtingom (Autorski rad, 2023.) 21 | |
| Slika 4: Prikaz unosa nokaut faze sa 16 ekipa (Autorski rad, 2023.)..... | 23 |
| Slika 5: Primjer jedne utakmice (Autorski rad, 2023.)..... | 24 |
| Slika 6: Simulirani rezultati grupe A sa Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. (Autorski rad, 2023.)..... | 29 |
| Slika 7: Simulirana grupa A prošlogodišnjeg Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. (Autorski rad, 2023.)..... | 30 |
| Slika 8: Simulacija rezultata u grupama Svjetskog prvenstva u Kataru 2022., 1.dio (Autorski rad, 2023.)..... | 35 |
| Slika 9: Simulacija rezultata u grupama Svjetskog prvenstva u Kataru 2022., 2.dio (Autorski rad, 2023.)..... | 35 |
| Slika 10: Poredak grupa simulacije Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. (Autorski rad, 2023.) 36 | |
| Slika 11: Simulacija nokaut faze Svjetskog prvenstva u Kataru 2022. (Autorski rad, 2023.) . | 37 |
| Slika 12: Postotne šanse za osvajanje Svjetskog prvenstva u Kataru na 10 000 simulacija (Autorski rad, 2023.)..... | 39 |
| Slika 13: Usporedba šansi za osvajanje Svjetskog prvenstva dobivenih primjenom Elo algoritma te prognoza kladionica (Autorski rad, 2023.) | 41 |
| Slika 14: Šanse za osvajanje teniskog <i>Canadian Opena</i> 2023. (Autorski rad, 2023.) | 42 |
| Slika 15: <i>Canadian Open 2023</i> – Usporedba Elo algoritma i kladionica (Autorski rad, 2023.) 43 | |

Popis tablica

| | |
|--|----|
| Tablica 1: Usporedba šansi za osvajanje Svjetskog prvenstva 2022. | 40 |
| Tablica 2: Usporedba šansi za osvajanje <i>Canadian Opena</i> 2023. | 42 |